

**ФИЛОСОФИЯ
ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ**
Конспект лекций

Оглавление:

Лекция 1.	7
Определение философии.	7
Определение физики и математики.	8
Предмет и предметная область науки.	11
Замечания по курсу.	12
Метод.	14
Модель.	16
Средства, необходимые для изучения философии физики и математики.	19
Проблема.	20
Задача.	20
Вопрос.	21
Этапы развития категориальных концепций.	22
Лекция 2.	24
Этапы развития категориальных концепций.	24
О Вопросе.	25
Отношения и связи.	25
Представления о мире.	27
Регионы.	29
Лекция 3.	33
Онтология.	33
Как существует субъект?	34
Субъект.	35
Объект.	36
Предмет.	37
Метод.	38
Логика.	39
Структура.	42
Лекция 4.	44
Рост.	44

Система.	45
Что такое развитие?	46
Организм.	46
Объективация.	48
Субъективация.	50
Как строится схема устройства мира, космоса?	53
Лекция 5.	55
Действия.	55
Взаимодействие.	57
Отождествление.	59
Гносеологические основания научной модели.	61
Гносеология.	62
Лекция 6.	67
Логический субъект.	67
Эмпирический субъект.	70
Какие ещё типы субъектов возникают?	75
Информация.	76
Лекция 7.	78
Эпистемологические основания научного моделирования.	78
Базисные идеализированные объекты.	85
Схема движение знания в науке.	86
Модельный идеализированный объект.	87
Лекция 8.	89
Предметный смысл.	89
Семиотические основания научных моделей.	91
Восприятие знаков.	93
Онтологические типы семиотической ситуации:	95
Знаковые системы.	96
Язык и мир.	98
Лекция 9.	100

Знаковые системы.	100
Виды организации знаковых систем:	101
Язык.	102
Два уровня синтеза.	103
Два уровня организации.	103
Уровни интеграции.	104
Коммуникативный синтаксис.	106
Семиотическая система.....	107
Математика, как язык науки	107
Сущность семиотической системы.	109
Лекция 10.	112
Логические основания научных моделей.	112
Логика с точки зрения её осуществления.....	115
Каковы основания логики?	119
Лекция 11.	123
Появление потребности в обосновании математики.	123
Логицизм.	125
Формализм.	126
Интуиционизм.....	128
Проблема доказательства в математике.	130
Собственно предметная область математики.	131
Лекция 12.	133
Что характерно для начальных стадий освоения математического предмета?	134
Пропорции.....	138
Дроби.	139
Рациональные числа.	140
Отрицательные числа.....	141
Лекция 13.	145
Порождение чисел.	145
Операциональное понимание числа.....	149

Вещественные числа.	149
Комплексные числа.	153
Кватернионы.	156
Что такое число?	157
Как используют эти числа?	159
Лекция 14.	162
Значимость числовой структуры.	162
Геометрия.	165
Развитие геометрий.....	168
Проективная геометрия.....	168
Развитие других геометрий в 19 веке.	172
Многообразие.	176
Лекция 15.	179
Ещё про геометрическую интерпретацию чисел.	179
Топология.	183
Типы геометрий:	185
Полярные координаты.	185
По базовым метрическим отношениям.....	186
Дифференциальные геометрии.....	190
Геометрии с векторными и тензорными пространствами.....	191
Лекция 16.	193
Бесконечность в математике.	193
Многообразия.	196
Динамические системы.	198
Специальная теория относительности.	201

Лекция 1.

Начну с ряда вступительных слов.

Когда кто-то начинает чтение курса, то, можно сказать, традицией является, по крайней мере, объяснение названия курса. Слова: философия, математика, физика,— кажутся достаточно известными, понятными, привычными, по крайней мере, в этой аудитории. Хотя в этой аудитории слова математика и физика, слова, всё же, не вполне привычные.

Определение философии.

Я начну с определения философии. У неё их много, но в этом курсе я буду придерживаться своего рабочего определения. **Философия — поиск, установление и исследование предельных оснований.** Я рассматриваю, тем самым, определение философии в русле некоторой деятельности человека. Что такое человек и что такое деятельность я определять не буду, буду считать, что это интуитивно понятно. Точно также я не буду говорить, что такое поиск, установление и исследование. Что касается предельных оснований, то здесь я скажу несколько вводных слов.

Что такое основание? Это философская проблема. Основание придаёт основательности и прочности чему-то. Когда Аристотель рассматривал философию, он говорил, что: "это наука о первых основаниях". Само словосочетание "первые основания" предполагает, что из этого первого, начинается второе, третье, четвёртое, пятое и т.д., и эта линейность развития очень характерна для представления о философии и философствовании как о некотором логическом предприятии. Но многочисленные попытки философов найти первые основания на всём протяжении истории философии показали, что таких первых оснований, с которыми согласны все, по сути, не существует. И, кроме того, некоторые виды оснований какой-то деятельности, в частности, философии, могут быть первыми не в том смысле, что из них что-то следует, а в том, что это некоторые условия, средства. Допустим, для философствования принципиально необходим язык, но то, что из языка можно вывести философию, это как раз неверно. То есть основанием язык является, он основание и для начала философствования и для получения каких-то результатов этого философствования, но это основание другого уровня. Точно также основанием для философии может быть некоторая цель, которую перед собой ставит философ. И эта цель, она только в определённом смысле является первой, и до некоторой степени она является основанием этой деятельности, потому что в ходе такой деятельности неизбежно возникает некоторое множество.

Я сделал акцент на том, что **философия — это деятельность**, деятельность человека, и это определение является для меня рабочим в двух смыслах: с одной стороны, оно, скорее всего, не окончательное, но я, пока что, не вижу возможности это

определение как-то улучшить; с другой стороны, оно рабочее, потому что позволяет рассматривать философию не с некоторой совершенно абстрактной точки зрения, а позволяя проводить различия внутри философии, которые касаются именно того, какие предельные основания, предельные основания чего рассматриваются. Вы прекрасно знакомы с тем, что существует, скажем, философия морали, этика, эстетика, философия науки и т.д.. И у сферы этики, нравственности, и у сферы искусства, у сферы науки,— основания достаточно самостоятельные, собственные основания. Я буду говорить о философии физики, философии математики достаточно конкретно и предметно, как о поиске, установлении и исследовании этих самых предельных оснований математики и физики.

В качестве примера таких оснований можно привести некоторые базисные понятия. То есть математика, в которой не говорится ни о числах, ни о величинах, ни о функциях, (хоть последнее, это более современный предмет математики) как-то плохо представима. Физика, в которой нет разговора о физических системах, их состояниях, некоторых законах изменения состояний, о законах организации этих состояний, тоже вряд ли может быть названа физикой. Я имею ввиду эту самую науку как человеческую деятельность. Если и существуют науки, которые не существуют в ходе воспроизводства человеческой деятельности, то лично мне такие науки не известны.

Определение физики и математики.

Теперь конкретно о физике и математике. С одной стороны, они определяются, как кажется, достаточно точно и чётко. По крайней мере в школе достаточно ясно, что: есть урок математики, есть урок физики, есть урок русского языка, есть урок пения и предметы у всех них достаточно разные, хотя в случае с математикой и физикой, физика, до некоторой степени, опирается на математику, как школьная, так и другая, развитая современная физика. Даже можно сказать, что без математики современная физика и существовать не могла бы. Но надо сказать, что слово "математика" происходит от греческого глагола *μαθαινω* ("мафиму"), что значит "знать". И, вообще-то, первоначально, математика, это как раз некоторая совокупность знания, такого знания, которое не стыдно назвать знанием хорошего, прочного, истинного. И, соответственно, когда возникали другие разновидности этих знаний, то очень многое от этого начального понимания того, что это хорошее, прочное знание, что знание должно быть связано с математикой, это сильно определило дальнейшее развитие разных других наук.

Тем не менее, это попытка определить, что же такое математика и физика. Их было много разных. Допустим, в античности под математикой понимали это самое знание — хорошее, доказательное, истинное, более-менее систематичное. Но таких знаний в античности насчитывалось всего четыре. Это: арифметика, геометрия, астрономия и музыка. Они образовывали четыре науки. Пропедевтикой к ним служили: диалектика, грамматика и риторика (иногда говорили диалектика, иногда логика). Без

этого в Средние века знания научного не было, это было необходимое условие. Но, собственно, научное знание,— квадривиум, математика (которая не чётко различалась внутри на математику и геометрию, вплоть до 19 века).

Физика до некоторой степени тоже возникла в античности. Но эта самая физика, как наука о движении, или, более точно, наука о движущемся мире, в аристотелевском понимании, она до некоторой степени входит, ну или пересекается с современным пониманием физики, хотя на начальном этапе в физику входит и психология, потому что душа — это пример самодвижения. Душа тоже входит в физический мир для Аристотеля, соответственно, и психология. Ну и разные другие вещи, которые связаны с, допустим, поэзисом, то есть производством, и поэтикой. Они тоже входят в этот самый движущийся, изменяемый мир. То есть физика у Аристотеля, это гораздо более широкое понимание.

А если говорить о том, как пытались определять математику и физику в 19 веке, а именно там возникла эта мода на определение предмета. Хотя свой предмет определяли и ранее разные научные дисциплины, но в 19 веке естествознание было существенно выделено и его предмет определялся более-менее описательно, перечислением. Скажем математика, это наука о числах и величинах, но если брать исторический шлейф, то в 19 веке математику определяли как науку о числовых соотношениях и геометрических формах. Физика, её воспринимали как некоторую реализованную математику, математику в движении. Вообще, с 18 века начиная, Новое время, развивается именно математическое естествознание и первое, что развивается, это физика, в неразрывной связи с математикой.

Попытки давать определение математике и физике были попытками такого перечисления, что же входит в предмет. Но, развитие математики и физики привело к тому, что ни одно из этих определений не выдержало испытание временем. Скажем, физику уже в 20 веке стали определять как науку о фундаментальных взаимодействиях. Фундаментальных взаимодействия четыре, но, скажем, такая сравнительно новая дисциплина, которая возникла в 20 веке, в последней трети,— физика поверхности. Есть физика сплошной среды, есть механика сплошной среды. Поверхность — это поверхность чего-то сплошного. В большинстве значимых задач, **поверхность — это граница одной сплошной среды и другой сплошной среды**. При этом некоторый частный случай, сплошная среда может быть нематериальной, в некотором определённом смысле слова, нематериальной. То есть может быть поверхность какого-то тела и вакуум (отсутствие какой-то материи, если понимать вакуум в общем смысле). Так вот, физика поверхности связана с фундаментальными взаимодействиями, но рассматривает в общем-то взаимодействия производные, комплексные, более сложные. Непосредственно вывести физику поверхности из четырёх фундаментальных взаимодействий не получается.

Кстати, тоже самое характерно и для других физических дисциплин, скажем, сплошная среда и движение сплошной среды. Есть аэродинамика, есть гидродинамика. Вроде бы и там, и там сплошная среда,— газ (модели рассматривают движения газа как некоторой сплошной среды) и, соответственно, жидкость. Сплошные среды. Модели рассматриваются аналогично. Казалось бы, взять уравнения сплошной среды и решать их что в одном, что в другом случае, но по факту оказывается, что аэродинамика и гидродинамика предметно очень различны. Дело в том, что, по опыту, человек, который учился гидродинамике и работал в коллективе, решавшем задачи гидродинамики, переходя в область аэродинамики, теряет квалификацию. Модели, которые работает в гидродинамике, не работают в аэродинамике. По другому строятся сами приёмы исследования, экспериментирования и т.д. То есть, оказывается, что эти два раздела, они, хотя вроде бы и близки, динамика сплошной среды, но по факту существенно различны, очень своеобразны, очень специфичны.

Я уже немного говорил об этой сложности, так что зафиксирую сейчас несколько фактов на уровне теоретизации исследования науки. Не существует, в настоящее время, единых наук. Нет единой физики, одной, единой. Нет одной единой математики. И, вообще говоря, дальше везде. Геология, химия, биология при внимательном рассмотрении распадаются на некоторые науки, которые обладают спецификой. Их до сих пор оказывалось невозможным редуцировать одну к другой. Как пример: есть физическая химия и химическая физика,— это разные дисциплины. Казалось бы, химия, это некоторая разновидность физики, но из чистой физики вывести химические закономерности, соотношения и т.д. не очень просто. Требуются дополнительные теории разных уровней и прямую редукцию можно осуществить только в некоторых частных научных моделях.

Таким образом, как же можно попытаться определить математику и физику?

Современные философы науки, ориентируясь на многообразие наук, на то, что порождаются новые дисциплины, направления и т.д. междисциплинарные, они, фактически, тоскливо успокоились на таком тезисе: математика — это то, чем занимаются математики. Соответственно, физика — это то, чем занимаются физики. Здесь ещё хороший вопрос: кто такие математики и физики и как их отличить от других людей, которые тоже могут иметь некоторое отношение к математике и физике, но не профессиональное? В общем, это сложный комплекс вопросов.

Я не буду определять другими словами, по крайней мере, так, сначала, что такое математика и физика, и скажу, что у меня есть некоторая такая наполеоновская задумка: к концу, рассмотрения того, какова предметная область математики, как она изменялась вплоть до современного состояния, я выскажу своё собственное соображение, можно сказать, гипотезу рабочую, что же такое математика. Но, достаточно понять и оценить это определение математики можно будет, фактически,

где-то в конце, когда я его дам, опираясь на некоторый материал, как раз касающийся предметной области математики.

Предмет и предметная область науки.

Почему пытаются определить предмет, предметную область науки? Попытки определить, чем наука занимается, они характерны для всего периода существования теоретизированного знания. Про науку, в первом приближении, феноменологически, можно сказать, что это теоретизированное знание. Это, на самом деле, не добавляет уж слишком большой ясности, потому что ещё вопрос: что такое теория, и исчерпывается ли наука, деятельность по созданию наук и деятельность содержательная, исключительно теорией? Практически все науки сейчас тесно связаны с экспериментальными приложениями, задачами и т.д. То есть тут тоже, своего рода проблемный комплекс вопросов о том: что такое наука, как мы будем её понимать, различать, рассматривать? Но возвращаясь к вопросу о том, почему наука с предметом связана.

Фактически, в европейской традиции это происходит благодаря Канту. Вообще, теорию Канта можно назвать теорией научного знания, естественно в том понимании научного знания, которое было характерно для времён Канта, но надо сказать, что это понимание воспроизводится вместе со многими своими условиями и предпосылками и сейчас. Кант определяет систему научного знания, как систему, которая относится к трансцендентальному субъекту, к его способностям познания и формам познания. Что такое формы чувственности, формы априорные рассудка, формы разума априорные? Это как раз некоторые априорные формы способностей человека к познанию. Кант описал их некоторое априорное строение, но он включал эти формы в состав метода и это тоже древняя идея, связывать науку с некоторым особым путём. Допустим, такой очень древний анекдот: "какого-то царя учили математики, он спросил, нет ли пути изучения математики попроще? Ему ответили, что в математике нет царских путей". "Царских", то есть привилегированных, простых. "Путь", по гречески, это μέθοδος "метод". И связь наук, познания, с методами, она тоже имеет очень давнюю историю, просто в Новое время упрочилось, оформилось расхождение науки и теологии. Теология, это тоже форма теоретического знания, хотя сейчас его пытаются на этом основании рассматривать как научное знание, но я полагаю, что это некорректно. Но об этом я тоже буду говорить далее.

Так вот, **наука выделяется благодаря своим методам**, в частности, не только методы, но и средства наблюдения, которые преобразуются далее и упрочиваются в составе методов. Одно из начал науки Нового времени, это изобретение телескопа и микроскопа, соответственно, открытие микромира и макромира и существенные изменения тех предметов, которые мы, люди, изучаем. Предметов, которые относятся, в точном смысле слова, к научному знанию. У Канта предмет структурирован некоторым единственным образом, априорно, соответственно, для Канта существует

один единственный метод научный, и точно так же, это предполагает, что этому методу и познающему субъекту предстоит, в общем-то, один единственный предмет. Но, дальнейшее развитие научного знания после Канта, обнаружило множество новых дисциплин, и по отношению к этим дисциплинам: во-первых, не работали общие методы; а во-вторых, возникал вопрос: а почему не работают? Оказалось, что не получается перенести закономерности одного предмета на другой. Скажем, в 19 веке позитивизм Канта оказал огромное влияние на естествоиспытателей, но при этом образцом для этих наук, служила, в целом, физика. И вот предпринимается попытка создать социологию как социальную физику, по образцу. Есть, как известно, среди физических наук наука об электричестве. Электричество бывает положительное и отрицательное, разноимённые заряды притягиваются, люди тоже, некоторые люди от одних людей отталкиваются, а к другим притягиваются. Если исследовать эти законы притяжения и отталкивания людей, то можно попытаться построить некоторую социальную физику, которая будет объяснять, каким образом собираются в коллективы, группы, как расходятся, и прочее. Законы можно будет какие-то установить, социальные. Из этой затеи не получилось ровным счётом ничего. То есть не оказалось ни одной задачи, для решения которой эта модель была бы приемлема более или менее. Даже такая более-менее простая задача, как описание взаимодействия двух людей. В электричестве, если два разноимённых заряда, то притягиваются; а люди, они то расходятся, то сходятся, отношения между ними меняются. Вот это средствами электрической теории объяснить тоже нельзя, не говоря уже о более сложных взаимодействиях между людьми.

Если же говорить о более поздних этапах, то 19 век, это создание химии, геологии, биологии, психологии, этих естественных наук, существенно развивается языкознание, история и т.д. То есть появляются новые науки, изменяются взаимодействия имеющихся наук. Вот такая общая ситуация для науки, научного познания, некоторая множественная, пересекающаяся, взаимодействующее поле, можно сказать сил, более-менее центрирующаяся на тех или иных предметных областях, тех или иных конкретных науках. Но, точно также, там происходит не только интеграция, но и дифференциация, происходит пролиферация наук. В общем, много чего там происходит.

Замечания по курсу.

Ещё одно предварительное замечание, касающееся сложности этого курса. Оно заключается в первую очередь в том, что типичный философ серьёзно математикой и физикой не интересуется. Если бы интересовался, пошёл был на мехмат или на физфак. А так человек идёт на философский факультет и это свидетельствует о его предпочтениях, интересе. Я так думаю. Можно, конечно, списать, что родители заставили туда пойти, но, в целом, думаю, люди здесь, тем более магистры, собрались такие, у кого уже собственный интерес достаточно развит, самостоятелен и прочее. И, может быть, здесь есть кто-то, кто так или иначе изучал математику или физику, но в

целом, как показывает практика, от философов требовать даже хорошего знания школьного курса математики или физики нельзя. А говорить о философии математики или физики не имея ввиду, вообще, тех предметов, с которыми работают математики и физики, это тоже занятие, выглядящее достаточно бессмысленным. То есть что мы имеем? Разноуровневая аудитория с различными предпочтениями и в массе своей обладающая как минимум школьными знаниями математики и физики, и то, лучше или хуже усвоенными. Я не буду учить вас математике или физике. Я буду пытаться приводить вам примеры разных математических или физических конструкций, буду пытаться объяснять их по мере своих сил и возможностей, ориентируясь на более-менее школьный уровень знания. Но знаний собственно математики и физики в точном смысле слова вы здесь не получите. В лучшем случае познакомитесь чуть-чуть с некоторыми математическими и физическими предметами и предметными областями.

Но на что я могу претендовать. Это уже собственно философская задача, я ведь занимаюсь не математикой и физикой, а философией математики и физики. Рассказать о средствах, с помощью которых можно интерпретировать как-то, оценивать, анализировать математические и физические модели, результаты, и вообще само существование математики и физики. В частности, то, что относится к социологии науки. Есть социология науки, есть проблемы, соответственно, социологии математической, физической. В общем-то, это тоже предметы философии математики и физики. С этим у философов может быть будет немного полегче. Но главное, что хотелось бы получить, это представление о своеобразии математики и физики, и это своеобразие, на мой взгляд, должно выражаться, в первую очередь, в своеобразии и специфике математического и физического мышления. А вот это уже предметная область, которая достаточно сильно затрагивает философов и философию. То есть специфику мышления нельзя рассматривать в полном отрыве от того, о чём думают, но в каком-то приближении можно это, на мой взгляд, реализовать.

Ещё одно замечание про этот курс. Многие курсы обладают нормативным характером. Допустим, в логике определяется: как нужно и должно определять, классифицировать, оформлять свои умозаключения, делать выводы. В несколько более расширенном варианте, как строить теории и как строить исследовательскую деятельность. Но это всё о должном, а я замечу такой феноменологический факт, что когда говорят, что что-то должно быть, значит этого нет. Это не такой уж универсальный факт, иногда и о том, что есть, говорят, что оно должно быть, но, по большей части, о том, что есть, нет необходимости говорить, что оно должно быть таким, оно, собственно, такое и есть. Я буду пытаться курс строить, в основном, дескриптивно. То есть не указывая, какими должны быть математика, физика, или науки вообще, а описывая, по мере сил и возможностей, каковы они есть и были. То есть не с точки зрения какой-то идеальной математики или физики, которая существует в божественном мозгу, а обращая внимание на реальность этих научных исследований, действий, попыток, обращая внимание на то, что если какая-то точка зрения или

проблема математики, они имеют идеализированный характер, обращать внимание на то, что идеализация имеет пределы своего существования, пределы идеализации, обращать внимание на границы, в которых идеализации действительны и, соответственно, в которых идеализации не действительны и не реализуются. И эта такая дескриптивная установка, она совмещается, близка феноменологической установке и близка ещё критической установке.

Здесь, для начала, можно принять определение критики по Канту: **критика некоторого предмета — это исследование условий возможности этого предмета.** Именно исследований условий возможности, критика — это не отрицание. В критику входит отрицание, в той мере, в которой рассматривая условия возможности этого предмета, мы рассматриваем дополнительно условие, в которых этот предмет не возможен, не существует.

Отчасти, это также антипросвещенческая установка. Потому что установка Просвещения заключалась в том, чтобы выявить разного рода предрассудки, критически, отбросить их и развивать знание с чистого места, с нуля, не будучи отягощёнными никакими предрассудками. Но, эта точка зрения на предрассудки не учитывает того, что предрассудки воспроизводятся, а значит, они выполняют некоторую действительную роль в этом воспроизводстве, по крайней мере, жизни человечества, которое действует имея предрассудки, и тем самым они, до некоторой степени, оказываются полезными, важными и нужными и к предрассудкам надо относиться точно также критически, рассмотреть степень их действительности, степень их недействительности, отделить одно от другого и, различая это, использовать предрассудки более или менее явным образом.

Далее, ещё один аспект. Часто философия физики и математики излагается в логизированной форме. Я не отрицаю важности и значимости логики во многих вопросах, но вот считать, например, что именно логика представляет собой полную методологию наук... Это по факту не вполне так. Точно также, некоторая всеобщность логики, в ней имеется основание сомневаться. Об этом я собираюсь рассказывать, когда буду рассматривать собственно логику в контексте математики, физики и разного рода средств и условий осуществления математики и физики.

Повторюсь, что я подхожу к философии физики и математики дескриптивно, критически, феноменологически, в некотором смысле слова. Во многом структурно.

Метод.

Теперь о методе, как о некотором условии научного познания. Я не буду специально рассматривать методологические вопросы, но рабочее определение метода я дам. **Метод — это система регулятивов, преобразований данных и знаний в перспективе типичного результата.** Я не буду проблематизировать это определение, скажу только, что я беседовал со многими философами, в том числе с теми, кто числит

себя по части методологии, и, может быть, не желая меня обижать, они говорили, что это приемлемое определение, по крайней мере, как рабочее определение приемлемо.

Но давайте посмотрим на то, что науки преобразуют данные и знания с несколько иной стороны. Со стороны философской, наука, это наука о чём то. И данные, и знания наука преобразует в предположении о том, что она изучает то, что так или иначе существует. Здесь не важно, какого рода существование: физическое, психическое, материальное, идеальное и т.д. Важно то, что предмет, который изучает наука, рассматривается как существующий, причём это верно даже для конструктивистского понимания науки, когда наука рассматривается как некая деятельность, которая конструирует свой предмет. Но дело в том, что этот сконструированный предмет всё равно некоторым образом существует, и, стало быть, обладает собственной онтологией, отдельной от чистой деятельности, потому что результаты есть, а результаты, это не есть деятельность в собственном смысле слова, деятельность конструирования, имеется ввиду.

Так вот, метод всегда предполагает некоторую онтологию, некоторые типы существования того, что методически исследуется. Точно также метод предполагает некоторую гносеологию, то есть требуются некоторые познавательные способности, чтобы с помощью метода что-то познавать, исследовать и т.д. Метод предполагает некоторую эпистемологию, то есть то, что относится к разряду теоретических систем, систем научного знания, которые приобретают некоторое существование, по крайней мере, по видимости, относительно независимое и обособленное от существования тех, кто их породил. Во всяком случае, воспроизводятся теоретические системы очень многообразно и вовсе не теми, кто их изначально породил. Хотя, иногда, человек породивший систему, может и дальше в её воспроизводстве участвовать, но это, тем не менее, в большинстве случаев только очень частный вариант участия человека в науке.

Я говорил о том, что метод предполагает некоторую онтологию, гносеологию, эпистемологию. Можно сказать, что метод предполагает некоторую логику. Потому что знания, которые получены, выстраиваются определённой логикой и, кроме того, есть ещё такое различие в философии науки, отличие исследования от результата. Есть логика исследования и есть логика изложения результата. Это разные логики. По крайней мере, многие эпистемологи, философы науки признают такое различие.

Ещё один компонент существования науки, это компонент семиотический. Связано это с тем, что науки, изучая мир, (это феноменологическое замечание, некоторый такой базисный факт), они создают модели фрагментов мира.

Модель, когда мы рассматриваем её как модель чего-то, это некоторое представление, некоторое замещение того, что имеем в качестве того, что эта модель моделирует. И здесь есть отношение очень похожее на знаковое, семиотическое отношение. Более того, системы наших знаний в значительной мере существуют,

опираясь на некоторые знаковые системы, на семиотику. Некоторая семиотика исследования, моделей, которые строятся в ходе исследований, это тоже нечто предполагаемое в методологии научного исследования. То есть наука, её исследования, её методы представляю собой некоторое такое единство, а **метод** ведь это то, как мы действуем, (напоминаю, что речь идёт о науке, как некоторой сфере деятельности). **Это некоторое единство онтологии, эпистемологии, гносеологии, семиотики, логики, актуальное, актуализируемое в каждом конкурентном исследовании, которое следует какому-либо методу, использует какой-нибудь метод и т.д.**

Я не сказал ничего о ценностях науки. О них много говорят. Аксиология, такая философская дисциплина. Если по отношению к онтологии, гносеологии, эпистемологии, логики и семиотики у нас развиты более-менее работающие философские и не только философские, кое-где и частнонаучные концепции, то по отношению к аксиологии я, к сожалению, не могу констатировать наличие хороших рабочих средств, которые позволили бы, прежде всего, отличить ценность от не ценности. Нет критерия. Фактически, когда говорят, что что-то ценно, это догматически устанавливают. В лучшем случае, устанавливают как: "вот смотрите, для этих людей это ценно. и они сами говорят, что для них это ценно". Но подход этот вообще, я бы сказал, достаточно некритичен. Именно потому, что, как я думаю, я может быть не знаю всей аксиологии, но полагаю, что здесь речь идёт о некоторой недостаточной прояснённости оснований, не позволяющих аксиологические средства как-то выделить и использовать для анализа действительного существования реальной науки. То есть некоторые в этом направлении исследования были, допустим, связать волю к знанию с волей к власти, но вот власть и ценность, это всё-таки вещи разные. То есть власть несомненно ценна, но может быть не для всех, и, более того, почему власть ценность?, — вот само наличие власти не объясняет.

Модель.

Я сказал, что науки, методически подходя к предметным областям, создают модели фрагментов мира. Я не буду определять, что такое мир. Это философская проблема. Буду опираться на некоторые более-менее общие представления об этом. Я, тем более, не буду определять, что такое фрагмент. Это понятие кажется достаточно ясным в данном контексте. Модель.

Что такое модель?

Модель — это структура на множестве. Это очень короткое определение, совершенно непонятное. Я взял его из введения к одной статье в 3-ем томе в справочной книге по математической логике. То есть это такое логическое, содержательное определение. Объясняется, что это такое. Не буду определять, что такое множество. Буду опираться на интуитивное понимание этого понятия. Про

структуру я буду говорить позже, специально. Но как понять, что модель, это структура на множестве?

Давайте рассмотрим разные типы моделей, их существования. Скажем: есть математическая модель — модель маятника. Собственно маятник, это такая вещь, которую можно довольно просто сконструировать самому, взять что-то, повесить на чём-нибудь и пусть оно себе болтается. Есть определённые закономерности этого болтания или болтыхания, связанные с тем, насколько хорошо создан этот маятник, но, в целом, закономерность такая, что периоды качания маятника равны друг другу, при том, что маятник реальный качается всё медленней и медленней и, в конце концов, застывает. Ну это реальный маятник, его реальное движение. А модель маятника? Она представима в виде системы уравнений движения, математически. Эта система уравнений имеет решение. Модель математического маятника, это модель идеального маятника, то есть маятника без потери энергии, без диссипации, у которого все взмахи одинакового размера, соответственно с тем, что периоды колебаний одинаковы. Так вот, эта математическая модель маятника: на чём она может быть реализована? Она может быть реализована непосредственно в виде уравнений, которые записывают это самое движение маятника. И неявно: так-то явно посмотришь на уравнение, это могут быть уравнения любого колебательного процесса, ну вот почему маятник? Потому что это такая модель. Эта модель маятника может быть зафиксирована на плоскости: мы рисуем крайние положения, отмечаем значимые для нас точки, которые проходит маятник в своём движении, — это тоже некоторое представление движения маятника, некоторая структура, выраженная уже на другом множестве. Не на множестве математических значков, которые составляют уравнение, а на множестве геометрических, по сути дела, объектов, которые это представляют иначе, чем непосредственно уравнения. То есть здесь есть нечто существенное для маятника и оно выражено, в одном случае, на уравнения, в другом, на чертеже. Представлено на. И это как раз есть модели того движения, которое мы в действительности видим и так или иначе моделируем. В том числе, создавая модель идеального маятника.

Другой пример модели: модель танка. Допустим в масштабе 1:30. Тоже модель: из пластмассы, может из железа, может из дерева, — можно собрать нечто по форме очень напоминающее танк, можно внутрь вставить моторчик, он ещё и ездить будет, лампочку вставить в дуло, он ещё и "стрелять" будет, ну, как бы стрелять, обозначать выстрелы. Ясно, что это не танк в некотором нормальном смысле слова, это не объект, который является танком. Но, этот объект структурно совпадает с танком. По крайней мере, часть структуры совпадает с танком. То есть на множестве этой самой пластмассы, клея, краски, которой покрывается и т.д. На этом множестве представлена структура реального танка. То есть вот другой пример того, что модель, это структура на множестве.

И более сложный пример: модель это профессия. То есть есть люди, которые работают моделями. Они могут быть заняты в наружной рекламе, там фигурировать, но для нас интересен случай, когда модель ходит по подиуму. Замечу, что есть требования к моделям, и далеко не всякая девушка, фигура которой отвечает требованиям модельера, попадает в модели. Вопрос: почему? Дело в том, что эта модель, девушка (я тут взял девушку, но это не обязательно), она что воспроизводит? Она воспроизводит некоторую структуру движений в одежде. То есть на множестве, состоящем из тела человека, его движения и одежды реализуется некоторая структура движений в одежде. И те, кто интересуется моделями с точки зрения модельного бизнеса или те, кто шьют одежду, они как раз оценивают то, как движение накладывается на реальное множество, состоящее из тела, одежды и некоторых реализованных движений. То есть модель здесь представляет общее движение, благодаря тому, что сама осуществляет движение, очень похожее на общее движение, и, соответственно, даёт возможность увидеть, как будет выглядеть одежда при такого рода движениях, как она будет, что называется, носиться. Думаю, я достаточно сказал, что модель — это структура на множестве. Про структуры я буду говорить ещё позже.

Важен вопрос о том, зачем нужны модели? Самый первый ответ на этот вопрос заключается в том, что мы моделируем то, что нам непосредственно недоступно. **Модель обладает подручностью.** Глобус, это как бы модель Земли. Он нам сподручен: мы можем его перевертывать, с разных сторон смотреть,— то чего мы не можем делать с Землёй. При этом глобус не обязательно гладкий, можно представить себе и соответствующие выпуклости. Ну, или другой пример: карта какого-то региона, которая отражает разные высоты, углубления. Но модель здесь, её принципиальное свойство то, что она делает подручным для нас нечто, что она моделирует, представляя нечто, она делает для нас сподручной эту структуру.

Ещё одно необходимое свойство моделирования: **для того, чтобы модель выполняла свои функции, реализовывалась, требуется подготовленный субъект.** Неуверен, что здесь все читали, но есть прекрасное произведение у Марка Твена "Принц и нищий". В нём ситуация такая, что есть принц и нищий, они точь-в-точь копии друг друга. Принц убегает из дворца, и когда за ним приходят и отвозят обратно, то вместо него во дворец возвращается нищий, а принц остаётся жить на месте нищего мальчика. Некоторая модель королевской власти — королевская печать. Она аккумулирует в себе некоторую структуру власти, она эту структуру воплощает, будучи напечатанной там, где требуется подписать какой-нибудь указ, закон, ещё что-нибудь. Но эта структура печати, она совершенно неизвестна нищему, и нищий печатью колит орехи. Использует её в качестве некоторого просто материального такого устройства, которое очень удобно, чтобы колоть орехи. То есть он не способен отнести к модели как несущей за собой некоторый другой смысл, другую структуру. Ещё пример: печать надо правильно поворачивать для того, чтобы точно было

подпечатано. Можно испортить печать, можно не в то место её поставить, и т.д. Некоторые умения, знания, которые связаны с воспроизводством именно этой модели.

И в этой связи очень интересный вопрос: почему люди не понимают математику? Математика, она же в своих основаниях очень проста. Переход к следующим математическим моделям, к математическим средствам, он тоже логичный, более-менее простой, очевидный в некоторых случаях. Почему люди не понимают математику? Практика обучения в школе показывает, что практически в любом классе значительная часть детей не понимает математику, не любят математику и т.д. Здесь зависит, конечно, от личности учителя многое. У некоторых учителей почти все любят и понимают, но это то, что касается школьной математики. Математика высшая, она совсем другая. Это тоже другого рода вопрос, я о нём буду говорить позже. Так вот, первой попыткой ответа на это может заключаться в том, что у человека, не любящего и не понимающего математику, не сформирована структура математического субъекта. В его действиях, мыслях, навыках, познаниях и т.д. не освоена структура математического рассуждения, представления и моделирования. У разных людей это выражается по-разному, в разной степени, по отношению к разным разделам математики. Кому-то, допустим. нравится алгебра и не нравится геометрия, кому-то наоборот. Но, в общем, этот момент необходимости воспитания или образования некоторого типа субъекта по отношению к научной модели, про него сейчас я сказал достаточно.

И ещё такой момент. Я говорил, что структура на множестве оказывается представлением. Представление можно понимать в обычном, психологическом смысле: у меня там есть какие-то представления, родились какие-то представления, получил какие-то представления,— но я в этом курсе представления буду понимать в смысле более объективированном. **Представления как репрезентация, которая непосредственно существует не в психике.** То есть может существовать и в психике, конечно, но репрезентация, это, например, театральное представление, где вполне себе представлена некоторая сцена, сцены, некоторые люди, их взаимодействия, и мы имеем вот это объективированное представление, в частности, с помощью субъектов, актёров, объективированное, хотя не обязательно с помощью субъектов. Точно также можно рассматривать мультфильм, как некоторое представление. Там уже естественно считать, что нарисованный волк, он не является субъектом в человеческом, психологическом смысле слова.

Средства, необходимые для изучения философии физики и математики.

Далее, я хочу рассмотреть рабочие средства, уже переходя к более полному рассмотрению тех средств, которые нужны для изучения философии физики и математики. К ним относятся, в частности, такие рабочие средства практически любого

исследования, как: проблема, вопрос, связь и отношение. Начну с рассмотрения проблемы.

Проблема.

Что такое проблема?

К этому можно подходить содержательно и структурно. Содержательно, опять таки, некоторая историческая линия. По гречески "проблема", в настоящее время это слово переводится как "задача". То есть в европейских странах "проблема", это "задача", в первую очередь. В русском языке "проблема" и "задача" различаются, потому что для русского контекста, более-менее общего понимания, проблема, это что-то глобальное, а задача, она может быть и большой, но чаще она, всё-таки более локальная, более конкретно определённая и т.д. Я дам рабочее определение проблемы.

Проблема — это вопрос, заданный в определённых условиях. Что такое "вопрос" скажу несколько позже. Здесь же я хочу проиллюстрировать мотивы такого моего понимания, что такое проблема. В частности, это будет касаться философских проблем математики и физики.

Говорят, один дурак может задать столько вопросов, что не ответит и сотня мудрецов. Но если посмотреть на реализацию мудреца в человеческом обществе, то мудрец, он не всегда отвечает на вопросы и часто, даже, не отвечает на вопросы, он разрешает проблемы. Скажем, такая классическая притча: у Ходжи Насреддина было два соседа, бедный и богатый, и к нему пришли они по очереди, оба с одним и тем же делом. Год назад бедный взял у богача мешок риса и когда богач спросил, что он отдаст через год, бедняк ответил: "ничего". Год прошёл и богач приходит к бедняку. Говорит: "отдай мне ничего". Бедняк в затруднении. Он не может отдать ничего, и они идут к Ходже. Тот выслушал обоих, пригласил их обоих в дом бедняка. Посмотрел туда, сюда. Нет ничего, только драная циновка на полу. Он приподнял циновку, спрашивает у богача: "что ты видишь под циновкой?". Тот отвечает: "ничего". "Бери". Проблему бедняка Ходжа разрешил, преобразовав проблему бедняка в проблему богача. Нельзя дать "ничего", но и нельзя взять "ничего". И вот некоторый такой хитрый способ преобразования ситуации показывает, по крайней мере, я так это интерпретирую, некоторую такую мудрость Ходжи и тот факт, что богач, в конце концов отстал от бедняка, потому что он не может взять "ничего" и, соответственно, не может упрекать бедняка в том, что тот ему не отдал то, что обещал, это самое "ничего". Так вот, проблема, это вопрос заданный в определённых условиях. Ходжа, собственно, изменил условия. Он изменил эту структуру, что кто-то должен дать что-то, он её преобразовал в структуру, когда кто-то должен взять что-то. Это некоторое дополнительное условие, которое по новому переворачивает проблематику.

Задача.

Теперь о задаче. Задача очень похожа на проблему. Если говорить о том, что такое задача, то можно дать рабочее определение, которое лично я вынес из книги

венгерского математика Дьёрдя Пойи. У него есть книга для учителей: "Как решать задачу". Учителей прежде всего математики, но и некоторые общие соображения там есть. Так вот, если проанализировать то, что говорит он о задачах там, то **задача — это наличие ясновидимой, но непосредственно недостижимой цели**. То есть если цель, которую мы хотим достичь, непосредственно достижима, то никакой задачи в том, чтобы достигнуть этой цели нет. А как формулируются математические задачи? Тоже, как пример: там есть условие. Там есть: "дано: то-то, то-то, то-то; найти: то-то". Вот это нечто определённое, что надо найти в данных условиях, это вполне ясновидимая, непосредственно недостижимая цель. Решение задачи состоит в том, что бы используя условие и некоторые средства, этой цели достичь. Заметим, что задача может предполагать только ответ, то есть ставить цель. Но самого достижения цели и решение, тем самым, может не существовать. Например: если у нас есть угол в геометрии, то мы можем его разделить пополам, и есть задача, проблема в геометрии Евклида, как поделить угол пополам. Она решается некоторым образом, вполне конструктивно. Значит биссектрису можно построить. Естественный вопрос, а можно ли угол разделить на три равные части, провести так называемую трисекцию угла? Ответ был получен только в 19 веке. Нельзя. Теми средствами, которыми оперирует геометрия Евклида невозможно в принципе. Нет решения. Цель задачи недостижима. То есть другими какими-то средствами, уже другой математики, это задача может быть решена, но вот этими нет. Тоже самое квадратура круга. Аналогичная задача, про которую вы наверняка слышали. Заметьте также, что очень часто это требование получить некоторую цель в задачи, оно выражается в форме вопроса: а чему равно что-нибудь?

Вопрос.

И здесь мы переходим к другому моменту. Вопросы, это то, чем пользуются все совершенно естественным образом. Иногда злоупотребляют вопросами. Но вопрос, это нечто, чем мы пользуемся естественно, достаточно опытно во многих случаях. Что такое вопрос? Есть такое феноменологическое замечание, которое сделали логики в 20 веке: **вопрос — это знание о незнании**. Предваряя дальнейшее, хочу сказать, что я считаю, что **любое знание о чём то, это представление этого чего-то**. Я знаю о, допустим, мобильном телефоне, у меня есть знание мобильного телефона, но может не быть самого мобильного телефона. То есть моё знание о мобильном телефоне представляет для меня вот этот самый мобильный телефон. Тоже представление. Отдельный вопрос, я не буду его рассматривать: является ли знание моделью чего-то? Может быть позже этот всплывёт. Так вот, **знание — это представление**. Вопрос, когда он сформулирован, он, в общем-то, тоже есть представление, потому что он формулируется некоторыми, по крайней мере, языковыми средствами. Язык, это знаковая система, значит у нас есть эти самые знаки, а знаки представляют нечто, хотя вопрос о том, представляют ли знаки нечто, это тоже философский вопрос.

Незнание, что это? Это отсутствие представления. Знание о незнании, тогда что такое? Это представление об отсутствии представления. Другими словами, у нас есть представления. Что это такое? У нас есть нечто реализующее это представление, что представляет нечто иное, отличное от себя. Известный семиотический треугольник Фреге: знак-значение-смысл. Знак представляет некоторое значение, но представляет в определённой связи со смыслом. И вот у меня есть знание, что какого-то представления нет. Как это можно представить? В языке есть довольно естественные структуры, которые, как полагаю я и многие лингвисты, представляют отсутствие чего-то. Это местоимения. То есть я могу сказать, например, "где". "Где", это вопрос к пространству, и я представляю себе некоторое неопределённое место. А когда мне ответят на вопрос "где", мне укажут: "вон там". Могут прямо указать просто жестом, и это будет в некотором смысле ответом, могут описать словами. Слова как раз представят мне то самое место, "где". Так вот, современные лингвистические представления, по крайней мере некоторые, связывают эту структуру местоимённую с категориями.

Если посмотреть на историю теории категорий, то "Категории" Аристотеля первое сочинение, в котором были определены категории, там категории представлены местоимениями, точнее, пять категорий из десяти представлены местоимениями. Вообще, надо сказать, что у Аристотеля категории не существительные, это сейчас, после средневекового преобразования аристотелевских концепций категорий, мы говорим: количество, качество, пространство, время, отношение, сущность, акт, страдание. У Аристотеля это всё не существительные. Первая категория, это причастие, можно перевести как "сущее",— это именно причастие. Вторая, третья, четвёртая, пятая, шестая категории,— это местоимения греческого языка, седьмая, восьмая, девятая, десятая,— глаголы. В чём смысл выделения этих вещей? В том, что категории определяют некоторый смысл ответа. Это несколько соотносится с концепцией региональных категорий, которую в последствии развил Гуссерль.

Этапы развития категориальных концепций.

Вкратце я замечу про три этапа развития категориальных концепций: Аристотель, Кант, Гуссерль. Аристотель описывает категории как некоторые структуры сказывания, которые одни обладают истинностью. Истинностью обладают суждения. Категории — это оформление выражений, которые несут некоторый смысл. Например: смысл где, смысл когда, смысл того, что вот что-то действует или наоборот, терпит воздействие или обладает некоторым состоянием и т.д. И как устроен вопрос с этой точки зрения? В нём есть некая категориальная часть, которая выражает то, что мы не знаем: но выражает как? Мы в этих категориальных выражениях описываем некоторые смыслы, которые мы требуем от ответа. Например: на вопрос "сколько?" — нельзя ответить зелёный. Это не ответ на вопрос. Смысл не тот у такого ответа на этот вопрос. Это то, что называется категориальная ошибка. Другими словами, категория предполагает некоторый тип ответа, тип существования, осмысленный тип ответа,

осмысленный тип существования. Другими словами, категория, это предпонятийное место в представлении. В самом вопросе категория выражает это незнание, а оно должно быть заполнено понятийно, наше знание. И, соответственно, кроме категории, в структуре вопроса присутствует некая предметная часть. Эта предметная часть — это определённые условия, в которых на этот вопрос можно ответить. Нельзя спросить "сколько градусов" просто так, не подразумевая, сколько градусов здесь в комнате или сколько градусов на улице или сколько градусов на поверхности Марса, если речь идёт, допустим, о марсоходе и т.д. И собственно, некая полная форма вопроса, это соединение категориальной части (собственно вопросительной части) с предметной частью. И вопросы имеют смысл в конкретной предметной области.

Ну и я обращаю внимание на то, что Аристотель рассмотрел такие категориальные структуры по отношению к единичным выражениям. Кант преобразовал категориальную концепцию Аристотеля. Кстати, замечу, что аристотелевские "где" и "когда", то, что в последствии преобразовалось в категории "пространство" и "время", их так называли, у Канта это были не категории, это априорные формы чувственности, пространство и время. Категории для Канта начинаются там, где есть суждения. И категории эти совсем не совпадают с аристотелевскими. Кант выделяет новый категориальный уровень, уровень осмысленных суждений. Не только осмысленные выражения как по Аристотелю, у которого дальше идёт истина, логика и всё такое прочее. Тут уже на уровне логики некоторая осмысленность. Осмысленность суждений, оформленность категориальная.

Эти две концепции я вам очень кратко описал, в следующий раз я рассмотрю категориальную концепцию Гуссерля.

Лекция 2.

Этапы развития категориальных концепций.

1 этап. Аристотель. Категории — осмысленные структуры простых выражений;

2 этап. Кант. Категории — осмысленные априорные структуры суждений (Но суждения остаются у Канта на уровне рассудка, а на уровне разума (там, где идеи) только общие идеи: мира, души и Бога, также там есть законы. Законы — суждения, которые не могут быть осмыслены в рамках логики. (Но статус законов не совсем понятен: с одной стороны, они есть суждения, с другой, вне рамок разума они уходят за границы возможного опыта). Данная неясность стала отправной точкой для ряда направлений неокантианства и феноменологии Гуссерля, которую в данном случае, можно рассмотреть, как разновидность неокантианства.);

3 этап развития представлений о категориях представлен Гуссерлем.

Гуссерль в "Идеях чистой феноменологии" рассматривает ряд категориальных структур. Эти структуры являются определяющими как регионы сущих, так или иначе связанные с регионами данных, то есть феноменами. Связаны они и с представлениями этих регионов. То есть есть категории: синтаксические, семантические, регионов, и, высшая форма последних — формальный регион, регион вообще (чистый регион).

Гуссерль хотел построить представление об этом высшем формальном регионе, который он считал онтологическим. Это представление он стремился построить по аналогии с математическим учением о многообразии. Ещё в своём труде "Логические исследования" он завершает первый том, указывая, что рассмотренные им в книге способы, которыми строятся науки, не отвечают идеалам чистой науки, чистой логики. И последняя должна быть построена в соответствии с учениями о многообразии Римана, Грассмана.

Образцом такого чистого математического учения, он полагал, учение о высшем формальном регионе (формальной онтологии). Все регионы ниже тогда связаны с этой формальной онтологией, представляют собой некие конкретизации, ограничения, и это будут региональные онтологии. Категории, в таком случае, это истины: с одной стороны, региональных онтологий, а с другой стороны, в наивысшей истине, категориальной, это истины формальной онтологии. Примерами последних являются, в частности, законы, универсальные утверждения.

Формальная онтология, по задумке Гуссерля, касается не только истин универсального уровня, но и истин, касающихся всего конкретного в принципе. Это была его программа, которую он частично (отчасти в "Логических исследованиях", в "Идеях к чистой феноменологии") сделал.

В середине 20 века лингвисты обнаружили разработки Гуссерля в виде синтаксических и семантических категорий и более или менее явно использовали это. Вопрос же о категориях остался открытым. Баумгартен развивал, например, эстетику в онтологической плоскости. Но феноменологи относились к онтологии не очень хорошо. Однако, те из них, кто отрицают онтологию, с одной стороны, предполагают некую неявную онтологию, с другой стороны, негативно зависят от отрицаемой онтологии.

О Вопросе.

Вопрос имеет категориальную структуру. Аристотель изначально задал структуру простых выражений. Но вопросы в сложных предметных областях обнаруживают с необходимостью вопросы и Кантовские, и Гуссерлевские. Данная проблематика исследована всё ещё недостаточно.

Вопрос имеет категориально-предметную структуру.

Категории могут быть выражены сложными конструкциями, уровнями простых выражений, суждений, универсальных прочих конструкций.

Предметная структура может быть достаточно выражена в самом вопросе. Если вопрос задан в ходе действительного исследования, он всегда имеет некий предметный контекст, и этот контекст, как предполагаемая предметная структура, тоже определяет значение вопроса.

Проблема — это вопрос, заданный в определённых условиях. Поэтому не имеют смысла такие выражения, как, допустим, "проблема человека" (кроме, пожалуй, антропологии, где эта проблема эксплицируется), но так, это весьма неопределённое выражение.

Отношения и связи.

Есть две исследовательские определённости, существенные для любого исследования, это: отношения и связи. Рассматривать эти рабочие средства нужно, прежде всего, в онтологическом аспекте.

Онтология — это система предположения о типах существования и несуществования.

Это определение неклассическое. Классическое, что онтология — это учение о бытии. Но оно не учитывает учения Востока, где, например, как в Буддизме, есть онтология небытия, хорошо разработанная, в том числе и логически. При этом стоит отметить отличие восточной логики от западной. Так, например, на Западе силлогизм состоит из трёх элементов (две посылки и заключение), а в восточной же логике из пяти, ибо добавляются как минимум два утверждения о существовании: либо а и b,

либо b и c, либо a и c. Без утверждения о существовании рассуждение считается пустым. Некий интересный смысл у такого подхода к логике присутствует.

Это должно прояснить почему речь должна идти не о бытии и небытии, а о существовании и несуществовании.

Откуда появляется идея бытия?

Из гипостазирования, абстрагирования, идеализации и т.д. бытийного момента того, что нам в мире предстоит, мировой данности. Идея небытия возникает так же.

Классический взгляд можно выразить цитатой: "Бог не существует, он есть". Это самое "есть" по отношению к Богу может рассматриваться как некая высшая потенция, может рассматриваться и как некое упрощение реальной сложности. Но в каком-то смысле упрощать означает "искать под фонарём, а не там, где потеряли" (не там, где хотим найти).

Упрощения могут быть полезны, но только в ограниченной степени. И сложность, это то, что всегда обнаруживается под простотой.

Существование представляет собой некий синтез бытия и небытия. Это более сложная конструкция выражает тот интерес, который мы имеем практически ко всем нашим областям, в которых мы работаем.

И связь, и отношения непосредственно даны как единство различного. Если посмотреть на это с точки зрения онтологии, то здесь применима техника суждения, которая предполагает деление на сущности первые и вторые. Тогда что первично: связь или различие? Говоря о связях, мы неявно предполагаем более тесное единство, чем в случае отношений. Последние могут быть "притянуты за уши" весьма издалека. Связь же, более тесная и глубокая. Если мы "докапываемся" до связей, то единство становится первичным, а различие второстепенно. В отношениях точно наоборот. В связях онтологически первично единство, в отношениях онтологически первично различие.

Как происходит типичное познание?

Мы "видим" нечто единое. Сначала мы его анализируем. Этот анализ приводит к появлению "единиц анализа", которые в некоторой степени самостоятельны. И тогда единство, изначально выглядящее связным, начинает выступать как система отношений. Мы из первоначального единства, связи связей, переходим к различиям внутри, к отношениям.

Но если мы начинаем с несвязанного многообразия, и пытаемся его познать, то эта несвязность может привести к несвязности объектов. От несвязности к несвязности.

Но что для нас интересно найти, так это связь там, где мы её раньше не видели. Закон, собственно, то, что связывает различное. Тогда поиск законов, это поиск связей.

В ходе исследования онтологические иерархии меняются местами. И реальное исследование представляет собой передвижение по онтологическим ступеням, их преобразование, умножение и т.д.

Из вышесказанного вытекает, что реальное познание связано не с одной онтологической схемой. Познание требует множества онтологий.

Это тоже неклассическая точка зрения. Ибо классическая предполагает, что онтология — это учение об истинном бытии, а истина одна, и такое учение одно. Иерархия сущностей тогда тоже должна быть зафиксирована.

Представления о мире.

Касаемо наших рассуждений, мы их всегда производим в перспективе какого-нибудь мира. Существует исходное наивное ощущение, что мир один, "в целом". Мы постоянно наблюдаем изменения, которые не выводят нас за пределы мира.

Есть представление, что миров много, но, по сути, это выражалось так, что есть много локальных миров. Это представление оказывается связанным с представлением о мире как о мироцентрированном, на чём-то выделенном. Более позднее представление, скажем, в биологии и философии жизни — понятие Умвельт (нем. Umwelt) (окружающий мир), который свой для каждого живого существа. Да, есть их типы, как, например, умвельты лисиц примерно одинаковы организованны, касаемо людей есть некоторые сложности, но это зависит от точки зрения.

Если обратиться к истории понятия "мир", в зависимости от включаемых наших интуиций получаем разные вещи. Например, космос, который можно назвать миром. Слово космос от древнегреческого слова κόσμος "космо" (красивый). Космос красивый, конечный, живой, разумный, поющий мир. Это античное представление. Тогда же было представление об ойкумене, освоенной части Земли, (Тартар по этому представлению уже не был миром) как то же о мире.

Ещё одна идея, которую можно связать с интуицией мира, это "всё". Например, когда Гераклит говорит "всё движется", то имеется ввиду, что именно вообще всё. Когда об этом "всё" рассуждает Парменид, то этим оказывается бытие. "Всё" здесь выступает как некоторая интуиция мира.

В понятии "мир" мы можем найти много таких интуиций. Как это осмыслять?

С одной стороны, есть латинская традиция говорить об универсуме, об *mundus*. И Кант, определяющий мир в своей диссертации как "мир — это целое, которое не является частью", использует интуицию всеохватности. В дальнейшем он занимается

миром как идеей чистого разума, некоторым безусловным синтезом суждений. Суждения относятся к области рассудка, а «мир» — это идея разума. "Мир" выходит за пределы любого возможного опыта, не имеет объективной значимости. Кант вводит два модуса рассмотрения этого "мира". Одно дело — это мир (welt), как математическое единство многообразия. Другое, мир как природа. Это тоже самое многообразие, но взятое в динамическом единстве. Природа связана с порождением, но в латинской версии интерпретируется как творение. Природа, как сотворённое. У Канта сотворение природы как априорная форма идеи трансцендентального субъекта.

В дальнейшем определении мира занималась феноменология, где вариантом определения стал "горизонт полифеноменов".

С более материалистических позиций мир — это всё сущее. Прослеживается также идея множественности миров. У Демокрита, например, есть перспективная градация миров: есть атомы, величиной с мир, но при этом мир есть сцепление атомов.

Мы здесь можем увидеть, что есть множество перспектив проблематизации рассмотрения мира. Это должно дополнить наши более ранние рассуждения о множественности онтологий.

Если обратиться к некоторым направлениям внутри немецкого классического идеализма, то **мир — это взаимодействие объектов**. Интересно, что данный вариант рассмотрения мира намечается ещё у Канта. Другое дело, что понятие объекта у Канта претерпевает серьёзное преобразование. Он отгораживает познаваемый мир от непознаваемых вещей в себе. Представляется, что в данном моменте он неправ. По Канту сфера чувственности (явлений) отгораживает нас от вещей в себе, хоть они и действуют на нас, но результаты действий нас отгораживают. Но если взглянуть на результаты действий, аффекты, что они представляют собой отношение между вещью в себе и субъектом, который имеет и трансцендентный и трансцендентальный уровень. У Канта субъект имеет и трансцендентальное и трансцендентное единство апперцепции, которое является той самой вещью в себе, которую мы пытаемся представить себе в виде идеи души. Идея души понятие трансцендентальное. А вот та вещь в себе, которая непознаваема — трансцендентна.

Если у нас есть отношение, то, по Канту, оно однонаправленно, то есть на нас что-то действует и мы, соответственно, как-то действуем. Но субъект ведь тоже действует, и когнитивные науки показывают, что пассивное восприятие, это наивность. Например, если остановить движение глаза, то человек перестанет на этот глаз видеть. Для того, чтобы видеть, нужно двигаться. Как и в этом примере: если начать взамен двигать хотя бы головой, то мир вновь появляется. То есть восприятие активно. И тогда явления, дающие нам данность нами предполагаемую, как определённую актами внешних объектов, эти явления оказываются взаимодействиями. Явления не только отделяют нас от объектов, они и соединяют нас с объектами.

Почему важно понятие мира?

Мы имеем перспективу наук математики и физики, а любая наука создаёт модели фрагментов мира. Мировая перспектива для наук очень важна, ибо бессмысленны научные модели, которые не имеют интерпретации.

Здесь есть связь с проблемой действительной науки. Как, например, ведут себя физики? Вот придумана модель, её несут на суд коллег, которые говорят: "да, математика здесь есть, мы тебе верим, но какой здесь есть физический смысл?". То же самое с другими науками. То есть некий предметный смысл, который может быть задан только в связи с некоторой практической деятельностью интерпретирующей и включающей модели в более общее предметное поле. Эти общие предметные поля и создают одну из мировых перспектив. Без некоторой мировой перспективы они могут быть лишь бессодержательными.

Регионы.

Онтология является характеристикой представления, **но представление — это один из типов сущего**. Хайдеггер в своей квалификационной работе 1914 года "Учение о категориях и значении Дунса Скота" (в этой работе он рассматривал трактат "Грамматика спекулятива", который приписывали Дунсу Скоту, но позднее историки философии доказали, что это был не он, но Хайдеггер этого не знал) фактически перевёл латинский трактат на язык неокантианства, и в процессе перевода заметил, что классическая философия рассматривала регион бытия и регион истинны. А существует и регион представления, то есть регион сущих, который не совпадает с двумя названными регионами. Дальнейшее развитие Хайдеггера можно интерпретировать как развёртывание этого тезиса.

Самостоятельность представления, самостоятельность бытия человека представляющего, *dasein*, — это для Хайдеггера "элементарная клеточка" представления. Потому что, представление — это всегда указание на что-то, что-то иное, чем оно само, и этот выход человекообразного сущего из себя к чему-то другому можно интерпретировать и как что "нечто другое указывает на". Эти моменты являются важными, чтобы лучше понимать регионы сущих.

Если рассматривать логику, то классически она была регионом необходимости. Некоторая необходимость истины, то, что можно рассматривать как её доказательство. Также, регион возможного, частично рассматриваемый почти всеми философами. Например, классический вопрос Аристотеля: «истинно ли, что завтра состоится морское сражение?». Возможно. Другая модальность, необходимости нет и истинность под вопросом. Регион ценного. Если рассматривать, что ценностные суждения выглядят как классические аподиктические суждения, но таковыми не являются. Этих сфер сущего можно назвать много, например, повседневность, телесность. Очень интересен регион идеального, особенно для многих философов.

Но что это даёт?

Множественность регионов сущего оказывается связанным не просто с тем, что мы берём структуру какого-нибудь региона и переносим на другой. Они устроены по-разному. Так, регион представления оказывается онтологически сложным.

Представление есть нечто представляющее (то, что традиционно называется "материальное тело знака"). Хотя здесь встаёт вопрос о том: достаточно ли универсально представление о знаке; всегда ли представление имеет знаковую природу? Но это есть другая философская проблема. Каким-то образом предполагается представление представляемое, и это представляемое должно отличаться от представляющего. Здесь тоже есть сложный философский вопрос: может ли объект являться знаком самого себя? Если ответить утвердительно, то есть всё является знаком самого себя, то тогда не имеет смысл само слово "знак". Структура семиотического отношения знакового может быть изложена на разных уровне сложности. Например представляемое, представляющее. Другой уровень (схема 1), когда мы говорим, что есть некий смысл (треугольник), который ответственен за то, что связь между представляющим (квадрат) и представляемым (круг) может быть, при одинаковости двух типов сущего, разной. И здесь то, что те, кто проходил логику, знают как проблему понятия.

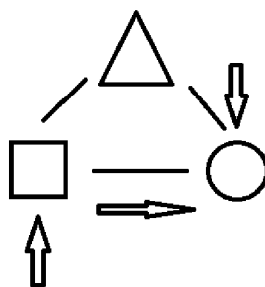


Схема 1.

Обычно этот треугольник рисуют без стрелочек. Их наличие здесь знак некоторой неклассичности. Дело в том, что классические онтологии выносят некоторый акт за пределы мира. Вот есть Бог, Он сотворил нечто. Допустим, нет Бога, в мире само всё движется. И вот идея сохранения энергии, которая в некотором ином варианте есть идея невозможности вечного двигателя. То есть не может что-то само себя двигать без конца. Если смотреть на движение внутри онтологии как на некоторое развитие, слом первоначальных ограничений, то современные онтологии связывают сущее в мире с некоторой активностью этих сущих. Иными словами, у нас есть мир, в нём какой-то объект, как он может существовать?

Один из ответов принадлежит Платону. Он говорит: "что назовём мы существующим? А не то ли, что где-то когда-то хоть на мгновение подействовало на что-то другое или претерпело действие чего-то другого". Здесь критерием существования выступает некоторая актуальность, действительность, активность, действие. Я сейчас исхожу из той онтологии, говоря об онтологии и онтологических вопросах, связанных с физикой, математикой, которая явным образом предполагает некоторую активность. Нечто актуализируется как представляющее, нечто как представляемое.

В ситуации представления есть ещё один важный момент — некоторое действие, указание. При этом для того, кто держит своим актом вот это представление, это указание может быть как от представляющего представляемому, так и наоборот. "Нет муки сильнее муки слова", мы представляем представляемое, и стараемся создать представляющее. И часто получается не то. Также и интерпретация. Нам даётся нечто, что можно превратить в представление. Есть хороший исторический пример: арабские ковры с надписями арабской вязью, которые европейцы считали не языком, а узорами. То есть для арабов это представление, для европейцев это было, очевидно, нет. Пример показывает, что чтобы что-то было представлением, нужен акт превращения этих двух сущностей в актуальное единое.

Это довольно неклассическое представление о представлениях, которое сейчас активно разрабатывается. При этом в русском языке само слово "представление" двузначно. Часто мы имеем ввиду нечто психическое, но здесь мы рассматриваем это как репрезентацию, объектно реализованную в мире, другой вопрос: в каком мире? Ведь во внутреннем мире мы тоже реализуем представления и тоже их объективируем, по крайней мере частично, когда, допустим, пытаемся проговорить что-то про себя, вспомнить.

Таким образом, представление — это сложный тип сущего. Поскольку речь идёт о научных моделях, а модели связаны с представлениями, ибо первые — это представленная структура, то надо иметь в виду эту онтологическую сложность представления. Действительность может относиться к разным сферам сущего. Своя действительность и реальность есть в математических представлениях, есть в художественных представлениях и т.д.

Из Канта можно контекстуально вывести, что **мир — это взаимодействие объектов**. В "докритическом" периоде это довольно явно. В дальнейшем, в "Критике чистого разума", у него есть категория "общение", которая характерна для сущностей в мире, но в скобках он пишет "взаимодействие". И эта линия, чтобы понимать структуру мира не просто как набор связанных, относящихся и так далее, а набор неких актуально взаимодействующих сущих, это начало, которое будет развито в девятнадцатом веке, с одной стороны, Фейербахом и Марксом, с другой стороны, Тренделенбургом, который обратил внимание, что Аристотелевские категории есть грамматические структуры. В

своих "Логических исследованиях" он показал, что некоторым действительным основанием для конструкций, которые могут быть интерпретированы как мировые, являются: во-первых, взаимодействие; во-вторых, материя.

У философов наблюдается некоторое стремление к всеобщности. Соответственно, если рассматривать мир как взаимодействия объектов, то хочется сказать, что есть некое всеобщее взаимодействие, которое актуально мир держит. Теория всего в физике, например, или единство возможного мира, в теории возможных миров в логике.

Но если говорить о действительных взаимодействиях, а не о их идеализированном варианте, то действительные взаимодействия всегда конечны. То есть теория всеобщего взаимодействия хоть и привлекательна, но если приглядеться, то взаимодействия, нам известные, имеют ограниченное пространство эффективного взаимодействия.

Стоит также помнить, что одной единой науки не существует нигде. И всегда есть несколько различных школ. Например, базисных концепций в геологии насчитывается семь разных. Есть иллюзия, что и математика едина (хотя это представление идёт ещё от Древней Греции, где математика — это просто знание, которое характеризовалось тем, что оно должно было быть истинным, абсолютным, неизменным).

В принципе, я осветил разные грани проблемы множественности миров. Про онтологию я буду говорить на следующей лекции.

Лекция 3.

Онтология.

Науки, как правило, относят к сфере теории познания, которую, в свою очередь, называют гносеологией и эпистемологией. Канта называют тем, кто совершил "коперниканский переворот" в этих сферах, позволивший выйти из "плена" онтологии и метафизики. Однако, в настоящее время, мы можем наблюдать "онтологический ренессанс", начавшийся в 80-ые годы 20 века. Его можно обнаружить не только в философствованиях, но и в науках. Так, допустим, в компьютерных науках при создании сложных программных комплексов, их снабжают библиотеками онтологий, то есть онтология здесь, это рабочий термин.

Классическое понимание онтологии — учения о бытии. Неклассическое, которое я принимаю, онтология — это нечто, что связано с системами представлений. **Онтология — это система предположений о типах существования и несуществования.**

Здесь сложный комплекс проблем, в частности, критическое отношение к гносеологизму, эпистемологизму, которое появилось ещё в 19 веке, как некая форма действительного синтеза оснований философствования. Гносеологизм и эпистемологизм, например, не могут быть принципиально основаниями марксизма, так как там практика предстаёт как некая действительная вовлеченность в мир, "осознанное бытие". И вопрос о бытии в этой перспективе оказывается основанием. Другое дело, что некоторая принципиальная релятивность, отсутствие абсолютных оснований, который есть в марксизме в виде базовой тенденции, приводит к тому, что соотношение бытия и сознания может многообразно преобразовываться так, что локально сознание может становится первичным, господствующим по отношению к бытию.

Сходным образом критика гносео-, онто- и эпистемологизма была предпринята позже и антропологией, и философией жизни. Бердяев, обучавшийся у неокантианцев, написал "Философию творчества и свободы", где сформулировал следующее: "говоря, что субъект является основным источником наших знаний, почему-то не рассматривают вопрос о бытии субъекта, ибо чтобы что-то знать, субъект должен быть". Это пример немарксистской линии.

Чтобы прояснить онтологическую проблематику, предположения о типах существования и несуществования, полезно рассматривать действительность в философских подходах к исследованию чего-либо. Допустим, люди ищут абсолютное основание мира. Кто-то анализируя то, что есть, приходит к выводу, что этот изменяющийся мир не абсолютен, а абсолютно должно быть некоторое бытие, которое где-то "в глубине" является первым основанием, абсолютным. Есть прямо

противоположная линия, когда в индийских и буддийских системах анализируется подвижность, изменчивость мира, и основой является небытие.

То есть бытие и небытие есть два естественных, предельных, идеализированных, абсолютных случая оснований. Но, если посмотреть на то, как создаются системы, то непосредственным основанием, предполагающим результат, который мы получаем в виде бытия или небытия, является существование в мире. Связано это с тем, что из этого исходит любой философ, из своего существования в мире, как некоторого совершенно неотменимого. Собственно, нет философа в мире, нет его системы, мы её познать тогда не можем. Философ может воображать, что его знания отделены от мира, но вот реально, он родился, учился, думал, имел опыт, и вот вам философская система. Это существование в мире является некоторой действительной предпосылкой любого философствования. Она не является абсолютной, она соотносительна с некоторым социально-культурным местом. И, исходя из того, как реализуется эта включенность в мир, вполне понятны разные способы философствований, их определённая действительность. То есть здесь не существует абсолютной лжи, любой философ имеет нечто, на чём он может основываться, другой вопрос, насколько это универсально. Но здесь универсальность не равна абсолютности. Она соотносительна.

Как существует субъект?

Кант существенно повлиял на этот вопрос. До него было некоторое соотношение Субъект (Sb) - Объект(Ob). Кант добавил к этому отношение предмет (Gs) (схема 2).

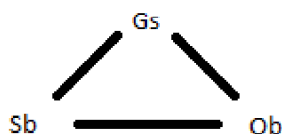


Схема 2.

Предмет обладает характеристикой непосредственной данности субъекту. С объектом связаны интуиции того, что это нечто объективное, не зависящее от субъекта. Субъект, наоборот, что-то субъективное. Данное деление не совпадает с делением на идеальное и материальное, она предполагает существование таких направлений, как, например, субъективный материализм.

Примером субъективно материализма можно привести фрейдизм. Есть природно обусловленные элементы: либидо, танатос и т.д. И есть их превращённые выражения, связанные с комплексами: эго, суперэго и т.д. В общем, это вполне материалистическая конструкция, когда идеальные элементы производны от того, что производно от чего-то вполне физиологического.

Итак, есть некоторые предполагаемые субъект, объект и предмет. Для субъекта важно существование самого субъекта в отношении к предмету. Но, здесь есть вопрос, а как субъект относится к миру, является ли он чем-то в составе мира или нет?

Если он вне состава мира, то мы имеем конструкцию в виде Бога. Тогда речь идёт о творчестве, создании, оформлении, определении и т.д. Но в этой картине есть сложности, которые видны уже у Платона. Вот мы имеем идеи, вот есть материя, которая к этим идеям тянется, и вот существование идеи невозможно без материи. Иными словами, мир, в котором реализуются идеи, оказывается невозможен без импульса противоборства. Почему противоборство? Потому что идеи никогда не реализуются в "идеальном", точном своём варианте. Материя её "портит", искажает. Но это как раз и показывает некоторую необходимость отдельного существования материи.

Эта проблема существует во всех идеалистических учениях. "Я" полагает "не-я". Сказать мы это можем, но есть вопрос: "как?". Что ограничивает полагание "я", чтобы получилось "не-я"? Чем может быть ограничено чистое полагание? Мне представляется, что нет иного способа его ограничить, кроме как положить существование этого "не я". В своей статье "Гегель и герменевтика" Ильенков хорошо рассматривает данный вопрос, фактически, делает это феноменологически. У Гегеля есть чистое бытие, из него начинается движение чистой логики. Откуда у нас есть движение чисто логики, откуда берётся то самое небытие, которое есть бытие, но по-другому рассмотренное? Ответ: из языка. Немецкий язык, в котором уже заданы некоторые мировые различия, внутримировые, является действительной посылкой гегелевских рассуждений. Не будет языка, не будет вот тех самых переходящих форм. Вот пример анализа, который показывает, что если мы рассматриваем действия, которые приводят к различию или объединению чего-то, то производить это из беспредпосылочной позиции невозможно.

Таким образом, субъекту не просто непосредственно дан предмет, субъекту предполагает наличие объекта. И есть точка зрения, что без субъекта объекта не существует.

Субъект.

Можно рассматривать **субъект как частный случай объекта**. Тогда то, что субъект, в частности, является объектом, объясняет, каким образом субъект входит в мир объектов. Однако, что значит частный случай? Если вспомним логику, то частный случай означает то, что субъект, как частный случай объекта, имеет больше определений, чем объект. Он имеет дополнительные определения своего существования.

В первом приближении можно сказать, что существенным свойством, которое мы предполагаем у субъекта, это способность представлять. Мы уже говорили о

представлении ранее. Сложная систематическая структура, дополнительная к просто наличию. Ну, а, соответственно, объект, в некотором базисном его отличии от субъекта, это некое сущее, которое может и не представлять. Тогда вопрос, что же представляет собой объект.

Объект.

Рабочее определение, что **объект** — это **самостоятельный фрагмент мира**. Структурно, по сути, это субстанция в смысле Спинозы, причина себя. Существует самостоятельно. Не кто-то определяет эту субстанцию, а она сама, самостоятельно существует. В отношении субстанции Спиноза осуществил универсализацию, у него она единственна, в то время как до него представления о субстанции были представлением о множестве субстанций. Например, у Декарта есть множество субстанций, поделённых на два типа: один тип — мыслящая, другой тип — протяжённая. Мир состоит из них обеих. Но как они соотносятся, является психофизической проблемой, Декартом, по сути, не решённой. Эту проблему снимает Спиноза за счёт полного отождествления субстанций, и она заново возникает у Лейбница. Его монады абсолютны и индивидуальны, и любая из них не взаимодействует с миром, но, в тоже время, каким-то образом существует восприятие монады. А как оно может возникнуть, если она не взаимодействует? В общем, это была попытка естественную психологию включить в рассуждение о том, как возможно то, что мы не наблюдаем. Лейбниц, представляется, не смог здесь "свести концы с концами".

В данном выше определении объекта слово "относительный" главное. Относительный значит не абсолютный. Это означает, что он представляет такую субстанцию, существование которой воспроизводится отчасти самой этой субстанцией, а отчасти её взаимодействием с миром. Кажется, это неплохо согласуется с феноменальным миром. Притязания на абсолютность — это некие предельные точки, но сами по себе нереализуемые. А вот некоторая соотносительность, в которой остаётся элемент самостоятельности, это лучше подходит для того, чтобы создавать концепции, которые представят нам структуру и строение мира. Они, при этом должны быть не такими абсолютно универсальными, а как раз наоборот, для разных областей, регионов мира они должны быть конкретизированы, эта абсолютность должна присутствовать как некоторый момент. То есть мы не можем отказаться от событий в мире. В этом смысле, любое событие абсолютно, но, в тоже время, оно соотносительно с миром. Существование — это тоже событие.

Без особых натяжек мы можем представлять существование объектов без субъектов, и об этом нам говорят естественные науки.

Тогда вопрос, как субъекты возникают в мире? Этот вопрос является версией более глубокого вопроса: "Как в мире появляются объекты?" и "Как сам мир появляется?". Эти вопросы связаны со многими науками и сферами знания.

Эта констатация, что есть некоторое объектное основание для существования, на самом деле есть констатация, которая развёртывает некоторую исследовательскую перспективу, и в ней, с одной стороны, можно связать исследования в разных сферах существования, реализации мира, с другой стороны, рассматривать специфику этих объектов, сфер и т.д.

Собственно, я тем самым уже немного предваряю то собственное содержание курса, который я вам излагаю, то есть как возникают такие области как физика и математика, как возникают математические и физические объекты, соотносятся ли они, и если да, то как соотносятся с существованием субъектов, и т.д.

Предмет.

Предмет — это данность объекта субъекту. Такое определение мы можем выделить из немецких классиков, так или иначе опирающихся на Канта. при этом эта опора на Канта, она может быть как позитивной (когда кто-то берёт что-то Кантовское в качестве основного положения), так и негативной (то есть от какого-то положения Канта человек отталкивается, отрицая его, но отрицание вполне определённое при этом получается, несущее в себе некоторый компонент того, что отрицается).

Предмет, в рассмотрении Канта, этот предмет индивидуального субъекта. Одна из существенных задач, которые Кант решает в своих "Критиках" и других произведениях, это то, что есть эти самые отдельные субъекты. Но как возникает интересубъективное согласие? Допустим, этика, как сделать так, чтобы максима стала всеобщим принципом морали? Его "практическая часть философии" и ставит вопрос о всеобщности, но при этом непосредственно связать это с априорностью форм, которые определяют этого чистого трансцендентального субъекта оказывается невозможно (хотя Кант полагал наоборот).

Вообще, Кант строил свою философию как философию научного знания, ибо был заинтересован в нахождении истины, а также релятивных определённости к понятию истины (необходимость, абсолютность к понятию истины). Это то, что понимали под наукой в то время. Сам Кант её и рассматривал как методологию науки.

Итак, трансцендентальный субъект Канта описан как индивидуальный субъект, в частности потому, что он базой имеет чувственность, а она, в свою очередь, имеет естественную интерпретацию как чувственность, связанную с индивидом.

Выделение предмета начинается с чувственности и, поэтому, у Канта предмет хоть некоторым общим образом и определён, но остаётся индивидуальным предметом.

Далее, при развитии тех же проблем другими мыслителями возникли другие определённости. У Хайдеггера есть работа "Наука и понимание", в которой он различает стадии развития предмета. Есть предмет, а есть предметность. Предметность — это такое свойство, которое характеризует не индивидуального субъекта, а то, что противостоит ему. А когда люди, связанные с той или иной предметностью, развивают свои отношения, деятельность и т.д., то получается предметная область. Любая наука — это предметная область.

Жизнь людей в мире воспроизводится, причём так, что возникают основы для фиксации предметов и предметностей, и превращения их в предметные области. Здесь можно провести аналогию с разделением труда.

Говоря о предметных областях, можно сказать, что они возникают, преобразуются. В этом курсе будет показано изменение, преобразования в предметных областях физики и математики, их уровни.

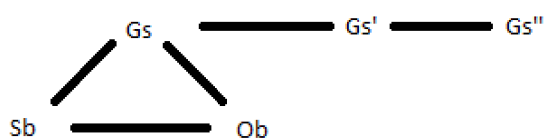


Схема 3.

Схема 3: предметность (Gs'), предметная область (Gs'').

Метод.

Также нам здесь требуется ввести ещё одну конструкцию, которую мы не будем подробно рассматривать в этом курсе — метод. У нас есть, в частности, науки, как предметные области, но науки связаны с методами. Также, есть, допустим, методы, техники, приёмы живописи. Также можно сказать про методики обучения балету. Другой вопрос, насколько последние два примера являются наукой, но вот, тем не менее, метод.

Одно из определений метода (неокантианское) как того, что определяет предмет. У субъекта есть метод, и предмет определяется этим методом. Это некоторая естественная постановка, связанная с основоположением субъекта. Гегель говорил, что метод — это абсолютная сила, которой не может противиться никакой объект. То есть любой объект превращается в предмет под воздействием метода.

Если смотреть на то, как методы действуют, то **метод — это система регулятивов, преобразований, данных и знаний, в перспективе типичного результата.** Это определение совместимо со многими методологическими позициями.

Если посмотреть на некоторые принципиальные основания метода, то метод к чему-то применяется, и естественно предположение, что применяется он к чему-то

сущему. Соответственно, метод предполагает некую онтологию. При этом метод тесно связан с субъектом.

Субъект существует вместе со знанием. Тогда метод предполагает, что те данные, которые нам онтологически даны, преобразуются в знания, стало быть, предполагают гносеологию, получение знаний. Наука связана не просто со знаниями, она связана с системами знаний. Как раз здесь всплывает отличие гносеологии от эпистемологии. Гнозис — это единичное знание, а вот эпистема — это некоторая система представлений. Метод, как раз, предполагает эпистемологию в научных и не только областях.

Поскольку метод связан со знаниями и их преобразованиями, то он предполагает некоторую семиотику, поскольку знания мы сейчас рассматриваем как представления. Мы имеем представления о чём то, есть некое знание о, без относительно его истинности или ложности. Важно, что у нас есть не сам по себе объект, а представление о нём, когда есть знание. Можно, конечно, попытаться отождествлять знание и бытие, но я не придерживаюсь этой точки зрения.

Логика.

Ещё одна вещь, предполагаемая в науке, это логика.

Есть различия между логикой исследования и изложения. Также, есть вопрос, какова та логика, которой мы пользуемся, когда узнаём, исследуем, и в каком отношении она относится с той логикой, которую мы изучаем в курсе логики.

Логика, в её классическом виде, **есть набор нормативных указаний**: "доказательство должно быть таким, определение должно быть таким, систему знаний вы должны строить так-то".

Но вот простое соображение: если говорят, что что-то должно быть, значит этого нет.

Действительная наука всегда отличается от логических требований. Например, при построении квантовой физики было противоречие между корпускулярной и волновой теориями. Физики наплевали на это противоречие, объединили эти теории и никак не беспокоились по поводу логики.

Претензии на всеобщность логики недействительны. Это доказывает также существование различных научных теорий, которые прямо друг другу противоречат, но при этом используются. Имеются в виду несовместимые теории. То есть наука не нормативна.

Методы, используемые учёными, надо различать на реальные и декларируемые. Учёный может верить, что он использует какой-либо метод, но на практике, он может

очень сильно выходить за его пределы. Бывает и обратно. Перемещения между реальным и декларируемым очень характерно для всей науки.

Метод — это некий актуальный синтез предполагаемой и полагаемой онтологии, гносеологии, эпистемологии, семиотики и логики.

Вернёмся к онтологии. Математическая логика поглотила классическую, поэтому мы, далее, будем рассматривать её.

Математическая логика связана с множествами. Теория множеств один из математических и в тоже время логических аппаратов, средств, на которых эта логика строится. Как задаются множества? $X = \{x \in U: P(x)\}$.

Теперь разберёмся философски, что в этой формуле говорится. Есть некоторый универсум (U), и есть некоторые элементы, которые ему принадлежат (x). Это онтологическое утверждение, что существует нечто. Далее, множество задаётся так, что то, что существует, может удовлетворять какому-то условию P(x). Но здесь неявно предполагается, что нечто существующее может и не удовлетворять такому условию, а, иногда, такое условие просто записывается в виде отрицания, не существует чего-то. Здесь мы можем увидеть практическое сочетание существования и несуществования.

В теории множеств существует "аксиома свёртки", которая заключается в том, что если существует некоторое свойство, то существует и множество, удовлетворяющее этому свойству. Это множество может быть пустым, но оно всё равно существует.

Если брать классическую логику, то что не существует логически? Противоречие. Например: круглый квадрат, деревянное железо. Вроде логика развёртывает свою систему насчёт того, что существует, а существует то, что истинно, а противоречие тождественно ложно. Но, тем не менее, в структуру представления входит как существования, так и несуществования. В физике не существует, например, вечного двигателя. То есть этот двигатель, как конструкцию, нельзя построить по физическим законам, но в теоретической конструкции, которую физика описывает, это пример такой конструкции, которая представляет несуществование.

Эти примеры показывают предположения о типах существования и несуществования. Существования и несуществования могут находиться в разных соотношениях. Здесь нам помогают как элементы бытие и небытие.

Что такое существование?

Это некоторая форма синтеза бытия и небытия. В частности, "апория движущейся стрелы". Она не движется ни там, где есть, ни там, где её нет. Но существование движущейся стрелы, это не есть нахождение где-то, это смена

нахождения. Движущаяся стрела исчезает там, где она есть и появляется там, где её нет. Мы рассматриваем не бытие и небытие, а существование как некоторую форму синтеза и эта апория решается, но для этого мы применяем онтологию, где не разделяются бытие и небытие, а они включены как базисный конструктивный элемент существования. Отсюда у нас получается естественная связка с экзистенциализмом, поскольку экзистенция есть выход из себя. Не просто бытие.

В такой онтологии, в которой соединяются бытие и небытие, базисным моментом будет являться изменение. И это хорошо подходит к той базисной позиции, в которой мы находимся по отношению к миру. Мы меняемся, мир меняется, знания наши меняются, и как это рассматривать? Хочется найти что-то прочное. И здесь есть философская проблема.

Лосев, в книге "Античная философия истории", попытался проклассифицировать типы изменений. Классическая онтология классифицирует типы бытия, например: вещь, свойства, отношения. Строятся иерархии: вещь — это основное; свойство — нечто присущее; отношение — то, что выходит далеко за определение вещи.

А если у нас есть изменения, как мы можем их классифицировать? С одной стороны, мы можем взять и перечислить типы от самых простых к сложным. Лосев так и сделал. Но здесь работает такая истина философского исследования, что когда мы что-то исследуем, то исследовать надо в отношении как к бытию, так и к небытию. Бытие изменения, мы его пытаемся охарактеризовать классифицируя, но, соответственно, неизменное, оно тоже должно находиться в отношении к типам изменений. Неизменное имеет латинское выражение *invariant*. Задача классификация изменений предстаёт как задача классификации, с одной стороны, изменений, а с другой, инвариантов (неизменного), которые соответствуют каждому типу. Тогда мы получаем более или менее полную систему представлений.

И первая форма изменений Лосева (основывавшегося на немецкой классике, в особенности на Гегеле) — **становление. Это непосредственное единство возникновения и уничтожения.** Имея ввиду то, что мы рассматриваем не просто сущие, но сущие в мире. И тогда появляется такое понятие, как место. Сущие в мире занимают какое-то место, что есть важная мировая конструкция. Место в мире.

Становление мы можем связать с местом, инвариант становления — место. Если это, конечно, определённое становление.

Вторая форма изменений — движение. Здесь стоит подчеркнуть, что рабочее определение дал Ленин в "Философских тетрадах". Движение — это становление с возвратом. Или, иначе, это **движение — это становление с отождествлением.** Движущаяся стрела исчезла оттуда, где она была, и появилась там, где её не было. И

мы её отождествляем в положении где была, и где стала. И это отождествление нам даёт движение, а не просто набор распадающихся становлений.

Инвариант движения — структура.

Структура.

А как понимать структуру? Структуралисты дали формулировку: структура — это инвариант в вариациях.

Как действует структуралистский метод? Мы рассматриваем вариации чего-либо, составляем полный объём этих вариаций и ищем те самые инварианты в вариациях, они нам и дают структуру. Это описательное представление, но что же такое структура? Многие определения и из структурного подхода, и из системного анализа так или иначе включают в себя то, что структура — это множество элементов и отношений между ними. Но если мы рассматриваем, что структура, это множество элементов и отношений, то такое понимание структуры ничем не отличается от строения объекта и не указывает нам в чём здесь есть отождествление, которое требуется нам в движении.

Я предлагаю вам как мне представляется рабочим понимание этого момента, а именно: **структура — это не набор элементов, это набор типов элементов.** Например, у нас есть стул, у него четыре ножки и спинка. Если у стула сломана ножка, то можно взять стопку книг, подложить её под стул, и вот на нём вновь можно сидеть. Это некоторый тип элемента, обладающего нужными характеристиками (вертикальной жёсткостью, на что можно опереться и т.д.). Ясно, что это не ножка стула, но вот тип элемента, который воссоздаёт структуру стула, при этом не являясь его ножкой.

Тоже самое и с отношениями. Например, ножка была приклеена, потом её отодрали, а потом прибили гвоздём. То есть связь была реализована иначе, но тип связи остался. То есть структура, это есть множество типов элементов и множество типов отношений. Вот этот самый тип несёт потенцию отождествления, возможность замены элемента, замены отношения, при сохранении структурного тождества.

Ещё один отличительный аспект от типичного структуралистского представления, что структуралисты рассматривали структуры в отношении некоторой целостности, а вот если рассмотреть структуры более или менее приближённо к действительности, то в них целостности не наблюдается. Например, созвездия. Этносы на одной широте выделяют одни и те же созвездия, хоть и называют их по-разному. Некий такой инвариант. А если смотреть астрономически, то созвездия — это проекция звёзд на видимое небо. Звёзды в созвездиях редко связаны друг с другом физически, у них обычно нет связи. Они могут входить в разные галактики, но созвездие одно. И эта связанность, соотнесённость этих объектов, оказывается внешней, но

воспроизводящейся, созвездия воспроизводятся на небе. Отсюда и фраза: "неподвижные как звёзды".

Общий вывод: структура может быть несвязной.

Лекция 4.

Принципиальная для науки установка заключается в том, что наука изучает изменяющийся мир и находит в нём инварианты. Про типы инвариантов начали говорить в прошлый раз, теперь продолжим.

Структура — это множество типов элементов и множество типов отношений. Они типизированы и собраны, более или менее упорядоченно в структуре, хотя структуры не обязаны быть упорядоченными, связными.

Структура — это инвариант такого типа изменения как движение (становление с отождествлением/становление с возвратом).

Рост.

Следующий тип изменения — рост.

Когда что-то растёт, оно не просто движется. Мы полагаем, что рост, это увеличение, но Аристотель в "Категориях", указывал, в том числе, на два противоположных типа движения: увеличение и уменьшение.

Первые два типа движения у Аристотеля: возникновение и уничтожение. Сейчас их так традиционно переводят. Уничтожение — есть вариант перевода древнегреческого слова φθора́, означающего растворение, а вот возникновение — это вариант перевода слова γένεσις, означающего порождение. Мы можем понять, почему содержательно Аристотель так думал, но за прошедшее время термин «становление», наверно, стал подходить лучше, поскольку, порождение имеет некоторое предположение чего-то рождаемого и определённого в этом рождении. То есть предполагается некоторая связь в порождении. Тогда как в становлении эта связь не обязательна, она может не чувствоваться.

Становление можно рассматривать, делая определённый акцент на смене определённостей, в которой мы можем зафиксировать, придать некоторую большую прочность либо начальному, либо конечному пункту. Если мы даём большую прочность началу, то это становление исчезновения, так как это начало, оно исчезает, а если придаём большую прочность концу становления, то это, скорее, становление возникновения.

В росте можно выделить качественное тождество. Когда есть движение, тождество не обязано быть качественным, качество не обязано сохраняться.

Качество, тоже аристотелевская категория. В классике она была связана с представлением о том, что качество делает вещь такой, какая она есть. То есть это внутренне базисное собственное определение. Вот здесь база отождествления именно

вещи, некая качественность, может быть связана с тем, что в качестве то единое, что растёт, может, и чаще всего рассматривается, как связанное. Например: растёт дерево, растёт сознательность, растёт понимание. Когда мы говорим про такой рост, помимо простого движения нужно иметь дело с качественно выделенным. Эта качественная выделенность рассматривается, как вещь. Можно выделять некоторую качественную особенность. Например: растёт ребёнок, у него растут ноги, и это уже качественно определённая вещь, орган.

Система.

Что можно считать инвариантом роста? Систему.

В понятии системы кроется проблематика выделения системного подхода. В самом понятии системы подразумевают некоторую связность, цельность. Это системное, эмерджентное качество. То, что не просто как-то соотносены те или иные объекты, а они представляют из себя некое целое, единое, в том или ином смысле, вот это есть общее представление для системного подхода вообще. До сих пор идут споры касательно соотношения системы и структуры, и одним из вариантов решения вопроса, что, когда у нас есть система, мы всегда можем выделить структуру и функции.

Когда речь идёт о функциях системы, то подразумевают, что это функции по отношению к среде. Система, как целое, соотносится со средой, как-то взаимодействует и общее основание системного взгляда, это гомеостаз. То есть мы рассматриваем систему на протяжении, на котором она сохраняется. Эта цельность, связность, взаимозависимость элементов, отношений и функций системы, представляют некоторую основу для производных типов изменений, потому что функция, это некоторое изменение, по крайней мере, в среде. Но может и наоборот, функция среды в систему.

Если рассматривать саму систему, то внутреннее изменение системы, которое не нарушает качество, это именно рост или убывание.

Рабочее определение **системы** — **структура со связью** (та связь, что из структуры делает некое целое).

Ещё один пласт проблематики, связанной с системами, заключается в том, что довольно естественно предположить, что вот есть система, есть внешняя среда, в которой система существует, действует, сохраняется, среда действует на неё. Более развитый системный подход различает внешнюю и внутреннюю среду системы. И, соответственно, выделение самой системы, как границы между внешним и внутренним. Но это не просто граница, это качественно определённое существование.

Есть сложный вопрос: может ли система развиваться?

Системщики говорят, что весь мир — система и всё в мире системы. С миром, по крайней мере, люди связывают развитие, по крайней мере, живые организмы развиваются. Если подходить формально к требованию тождеству этой связи, то получается, что системный подход не даёт средств для рассмотрения выхода за пределы гомеостаза. Попытки совместить развитие и системный подход представляются недостаточными. При этом развитие, как некоторый тип изменения, мы, в целом, склонны признавать.

Что такое развитие?

Здесь подходит апелляция к органическому целому, то есть, по сути, Гегелевская схематика, развёртывание тотальности, то есть целостности. Тотальность, целостность и развитие, по Гегелю, это сложный вопрос, но развитие, в частности, заключается в смене систем. Например, при рождении у младенца в черепе около 120 костей, и лёгкое падение малоопасно для него, однако к 20 годам у него в черепе уже 2 кости, то есть костная система, она изменится так, что обладает некоторыми новыми функциями, которых не было в старой, меняется сам принцип соединения в систему. Где-то в 4 года у ребёнка формируется локоть, и до этого момента вы можете брать младенца за руки и за ноги, и ему «ничего не будет», а вот если вы возьмёте ребёнка лет 5-ти за руку, то вы можете сломать эту косточку, поскольку она ещё не окрепла. Потом уже её тоже так просто не сломаешь. То есть у костной системы в разном возрасте разный функционал. Более явный пример, это мочеполовая система, которая, до полового созревания, является чисто мочевой, то есть преобразует различные вещества биохимически и выводит их из организма, а когда она уже мочеполовая, то она уже и гормоны выделяет. И эти гормоны существенно меняют функционирование организма, и он уже способен не только на "детские" реакции, но уже и на "взрослые" результаты, порождать себе подобных. Система функционально другая, психика изменяется на этой основе. Таким образом, мы видим, что в ходе развития организма, у нас возникают системы одного типа, некоторые меняются. Здесь есть примеры с атавизмами, плод, в ходе перинатального развития "не доделывает превращения" системы предшествующего типа. Эти примеры должны пояснить, что развитие — это не рост. И, что с точки зрения чисто системного подхода к развитию подходить неправильно.

Подходы, основанные на системном анализе, дают много полезного, но они связаны с системной идеологией, которая заставляет во всём видеть системы, и тем самым закрывает возможность несистемного взгляда на более сложные типы единств и целостностей.

Организм.

Что есть инвариант развития? Организм.

Если возвращаться к Гегелю, то рабочее определение, которое мы можем вывести, что **организм — это целое, которое конституируется посредством взаимополагания его частей.**

Если посмотреть на человека, то, когда формируется специфицированный орган, он получает от других органов необходимые вещества, перерабатывает их, свои отходы он выбрасывает в организм, а они являются необходимыми для существования других органов. Но здесь нет абсолютной замкнутости и мы, поэтому, не можем опираться на представление Гегеля об абсолютной замкнутости, абсолютной тотальности. Здесь организм — это нечто открытое. Тотальность не может быть абсолютной, но это уже философский тезис. То есть Гегеля надо использовать с оговорками.

Дальше начинается возможная развилка, которая лишь отчасти имеет хорошую разработанность. Есть эволюция. Вообще-то, это, изначально, эволюция видов, изменение видов. Но, если говорить про современное понимание эволюции, то всё чаще идёт речь о том, что в эволюции участвуют не виды, а разнообразие видов. В эволюции участвуют экосистемы, определённые, локально ограниченные, с множеством разнообразных видов. Ещё один сложный вопрос то, что все многоклеточные организмы являются симбионтами. Простой пример: люди не выживают, если в кишечнике человека не посеять бактерии (бактерии кишечные, генетически отличные от генотипа человека).

Теперь вопрос: если эволюция — это изменение, то что изменяется? Что является тем единством изменения, что позволяет нам говорить о нём как о цельном изменении? То есть вид изменился, он стал другим, и вот что с ним стало? Это не рост, это не развитие, а что? Непонятно. Кажется, эта проблема должна быть раскрыта на материале разных наук.

Пожалуй, касаясь эволюции, наиболее ясна метафора "эволюция идей". В последнем случае, это можно описать и связать, хотя это тоже не очень хорошо исследовано. Поскольку не очень хорошо понятно, что является эволюцией, есть большая проблема с тем, чтобы определить, что является её инвариантом. Это интересная проблема.

Есть ещё тип изменения, который более или менее обработан наукой — это история.

С ней почти та же самая ситуация. Есть история в нескольких естественных смыслах, история как рассказ о чём-то. Например, "история государства российского", "история техники", "история Земли". В каком смысле изменения, которые претерпевала Земля, являются историей? Мы можем рассказать о них. Когда мы говорим о человеческой истории, мы же берём её из хроник. Был такой-то год, было то-то. Но хроники, сами по себе, являются лишь источниками, а история, как наука, создаёт

связные интерпретирующие конструкции. И, вот есть, например, история царей, вот разные события, которые можно считать связными, несвязными и т.д. Но мне представляется, что по отношению к человеческим сферам, там, где мы имеем дело с субъектами, подходит рабочее определение Маркса, который перефразировал определение истории, данное Джоном Батистой Вико: история — это деятельность людей, преследующих свои цели. Здесь можно выделить проблему того, что такое люди? Народные массы или вожди, которые эти массы куда-то направляют?

Интересный вопрос, завязанный на установку тождества бытия и мышления. Есть цель, и я её достигаю, и то, что я достиг, есть в точности та цель, которую я перед собой ставил. Здесь по факту получается ситуация сложнее.

Начну с того, что достичь можно только ту цель, на достижение которой есть средства. Нет средств, не достигнете цели.

Цели у человека есть. При этом надо различать цели декларируемые и цели реальные. Средства есть у людей те, которые есть по умолчанию, есть те, которые не кажутся средствами и, вдруг, начинают выступать как таковые и т.д. То есть здесь тоже дистанция между сознательным и осознанным действием, а также результат, который иногда бывает похож на то, что нам хотелось, но что-то иное.

То есть разница между тем, что есть и тем, что мы осознаём, тем, как мы формулируем вот те самые цели, что мы хотим достичь, приводит к тому, что средства дают нам возможность достичь какого-то результата, а цели мы либо приспосабливаем и говорим, что это то, чего мы хотели, либо мы ищем новые средства, которые дадут нам результат, более похожий на тот, который нам хотелось бы. То есть мы наблюдаем здесь такое влияние.

Вот я сказал «люди», но ведь реально человечества нет. Нет такой действительной целостности, которая действует как нечто единое. Есть группы людей, которые взаимодействуют, взаимосвязаны. Есть взаимосвязи информационные, которые позволяют питать иллюзию, что мы действуем связно, но вот реально, что нас связывает с индейцами в бассейне Амазонки? Только то, что вы знаете, что они существуют, а они не знают, что вы существуете. То есть могут предполагать, но им без разницы. Они вас среди целей не имеют, а вы можете.

Объективация.

То, что целостности человеческие изначально всегда локальные, но постепенно увеличиваются, порождают коллективы, институты, организации, которые становятся всё более обширными, это тоже факт.

Что здесь можно назвать инвариантом в такой области? Мне кажется, что здесь можно применить такое понятие, как объективация, но в следующем аспекте: мир —

это такое взаимодействие объектов, в ходе которого появляются новые объекты, объективируются.

Объективация существует на разных уровнях. Рабочее определение, данное Георгом Лукачем, **объективации** — это **фиксация структуры**. Например: когда мы имеем совокупность газов водорода и кислорода, то при определённом давлении в этом газе проскакивает искра и собираются молекулы воды H_2O . Собственно, что такое молекула воды? Это некоторый большой ион кислорода, к которому прилеплены два иона водорода.

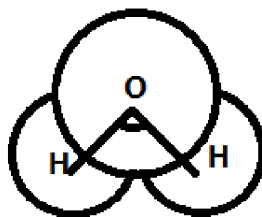


Схема 4.

Теоретически рассчитано и через электронный микроскоп удостоверено, что молекула имеет данную форму, и данный угол между направлениями центров, примерно $\angle 124^\circ$ (схема 4). Эта структура устойчива по отношению ко всему времени существования воды, она выступает как объект. При этом и кислород, и водород сами по себе имеют другие свойства, по сравнению с водой. У нас возникает некоторая качественная определённости на базе фиксации некоторой структуры. При этом могут быть радикалы с формулой OH , могут быть другие, например, изотопы, то есть. В принципе, есть вариации, но в потоке/русле тех взаимодействий, в которых участвует атом, он, в общем, сохраняется, он инвариантен, выступает, как нечто самостоятельное во взаимодействиях. Возникает объект. Из атомов возникает молекула.

Можно идти вглубь, и спросить, как возникают атомы? Они возникают из элементарных частиц: протоны, нуклоны, электроны. Первоначально есть плазма, в которой есть элементарные частицы, и при остывании плазмы они соединяются в протоны, нуклоны и электроны, и получаются те или иные вещества, в зависимости от того, как соединяются. Например, звезда. В ней идёт термоядерный синтез, лёгкие элементы выгорают, в звезде появляются более тяжёлые элементы. Это тоже некоторый процесс в плазме, образования атомов, при остывании, образование молекул. Далее, например, геологические породы, которые состоят из множества элементов. Про семь теорий в геологии я уже упоминал. Здесь ещё раз хочу повторить, что в целом, нет сейчас ни одной единой науки.

На уровне животных – эволюция, на уровне возникновения пород – развитие/рост, однако, неясно, а что у людей?

Можно, конечно, сказать, что есть высший разум, который по своему образу и подобию творит. Но всё равно остаётся вопрос, как возникают конкретные субъекты? Ясно, что по подобию, по образу, но всё равно есть свои проблемы.

Если не прибегать к этой гипотезе, то этот вопрос надо рассматривать с точки зрения специфики субъекта. Принципиальным специфическим отличием субъекта от объекта является актуальная способность представлять себе что-то, иметь представление.

Здесь есть множество неклассических проблем. Можно считать базисным для возникновения людей возникновение единичных субъектов. Хотя, если брать известную нам динамику, единичный человеческий субъект один не выживает, в принципе, уже на уровне младенца, и только в человеческом сообществе он получает возможность развиваться и стать самостоятельным, чтобы существовать сам о себе.

Соответственно, необходимо предполагать наличие коллективного субъекта. Единичный субъект не выживает без коллектива. Это довольно марксистская позиция.

Субъективация.

Как возникает субъект?

Есть такая структура, как **субъективация, то есть порождение способности, как минимум, порождение представления.** Ряд условий, возможно, есть в биологическом строении человека (например, устройства гортани, позволяющее артикулировать звуки, недоступные животным; противостоящий большой палец, позволяющий проводить более устойчивую трудовую деятельность и т.д.).

Способность создавать представления должна рассматриваться как объективируемая из отношений практики, воспроизводства, в первую очередь повседневной жизни. Эти отношения дают основания для огромного спектра вариаций. Даже однояйцевые близнецы в одной семье как субъекты становятся разными.

Есть ряд структур, фактически являющиеся общественными объективациями, которые являются некоторой основой воспроизводства, как порождения субъекта, так и его воспроизводства. Это сферы деятельности. Есть типичные сферы деятельности, как бы изначальные. Например, вынашивать ребёнка и кормить его вначале, как специфическая деятельность женщины (в силу физиологических особенностей). Или, вопреки современным представлениям о ценности человеческой жизни и представления о том, что человек — это человек, как только его зачали/родили, история человечества показывает, что это только современная фаза отношения, причём сильно идеологизированная. Не существует материнского инстинкта, то есть мнение о

том, что материнский инстинкт есть, является идеологическим. Есть огромное число случаев отказа матерей от своих новорождённых детей.

Есть некоторые сферы, которые биологически предопределены, но их подразделение дальнейшее уже зависит от культуры, традиций. Причём, говоря о культуре, подразумевают, что культура, допустим, для всех людей, говорящих на одном языке, одна. Это не так. Культура для людей, говорящих на одном языке одна, когда они воспитываются, получают образование одинаковое. **Образование** — это вообще **некоторая объективация**, особая сфера деятельности, структура которой фиксируется и воспроизводится. Тоже **некоторый род объекта, который оказывается инвариантом человеческой истории**. Как только возникает образование, дальше исчезает либо общество, либо образование вот так и существует параллельно. Оно может изменяться, но всё равно воспроизводится. Аналогично государство. Есть случаи изменений государств, их распада, но организация больших масс людей в условиях достаточности ресурсов, что является абсолютно необходимым (например, государства не образуют племена Австралии, поскольку нет ресурсов), тем не менее, воспроизводится.

То есть, есть условия, частью материальные, частью идеальные, которые приводят к тому, что начинает воспроизводиться структура деятельности, сфера деятельности. Так появляются специальные профессии, например, учитель. Медицина, тоже самое. Сначала разрозненные структуры, потом начинается воспроизводство врачей, знаний, инструментов, зданий, где организуется приём. Наука, тоже объективация. Тоже сфера деятельности, для которой необходимо возникновение специально типа субъектов. С государством, нужны чиновники, которых надо воспитывать. Нельзя прийти с улицы и стать чиновником. Были прецеденты, но ничем хорошим это не заканчивается. Требуется особый тип субъекта, чтобы выполнять административные функции, нет такого типа субъекта, не воспитан, они выполняются «вкривь и вкось», вплоть до полного паралича управления. В человеческом обществе экономика, такая сфера деятельности, для которой требуется организованный субъект, по-разному структурированный. Кто-то должен работать, управлять, продавать. Экономика как объективации серьёзно развилась. Однако, до сих пор не все люди подпали под эти многие сферы деятельности.

История человеческая показывает, что возникают те или иные объективации как сферы деятельности людей, и, возникнув, они, по большей части, только упрочиваются, разветвляются и т.д.

Здесь интересно, допустим, то, что происходит с наукой. Говорят, что возникает постнаука, технаука, гуманистическая, с «человеческим лицом». Но если мы посмотрим на будни учёных, то от них требуют огромное количество отчётности за средства, которые они получили, потому что двигать науку лишь за счёт своего собственного разума сейчас ни у кого не получается. Конечно, бывают уникальные

индивиды, но вообще, чтобы работать в науке, нужно получить образование, квалификацию, место, которое не на всю жизнь. Нужно получать гранты, которые дают на потенциальную реализуемость результата в какой-то перспективе. Наука из некоторой достаточно самостоятельной сферы смещается в сторону большей связи с экономическими потребностями. Подобно тому, как Маркс описал процесс капитализации земли. Наука тоже не была капиталом раньше, но сейчас она становится таким продаваемым капиталом. Учёный превращается в наёмного работника. Его нанимают для выполнения определённой задачи в коллективе разных специалистов, и он занимается не строго наукой, а некоторыми прикладными задачами.

Инвариантами истории являются объективации как сферы деятельности, то, что я пытался обосновать. Это относится к человеческой истории. Что относится к дочеловеческой, это сложный вопрос. Есть ли там история, эволюция, движение/рост?

Другая неклассическая конструкция, которую надо вводить в онтологию, которая более-менее регулярно вводится в неклассические онтологии всегда, это конструкция актуальности.

Если рассматривать мир как взаимодействие объектов, а это вещь структурно близкая к разным пониманиям мира, то **взаимодействие** — что это? **Это, прежде всего связь объектов, при этом там требуется действие.** Что такое действие? **Действие — это акт (актуальность).** В частности, некоторые моменты актуальности были рассмотрены в средневековой философии в связи с «Божественным актом творения». У Аристотеля тоже был ряд размышлений, доведённые до теоретической схемы, которую преобразовали в средневековье и по большей части известна в преобразованном виде. Так, если спросить, что было у Аристотеля в «Физике», то вам ответят, что были четыре причины: материальная, формальная, действующая, целевая. Но у Аристотеля причин не было, у него были начала. Причина, αἰτία по древнегречески, означает «вина». То есть: «кто виновен?, Кто выступил причиной?». Если говорить о началах: во-первых, это то, что властвует над тем, началом чего является; во-вторых, в греческом это ещё компонент ситуации порождения, и в этом порождении учувствуют начала.

Как существуют вещи? Она внутри себя движется к энтелехии. Энтелехия — это как бы конечная причина, цель, к которой стремится, завершение. У Аристотеля, когда он говорит о природе, то она полностью реализуется, завершившись, достигнув полного развёртывания движущих причин/способностей (то, к чему способно в существовании нечто). Некоторое полное завершение. Позднейшая интерпретации, связывающие это с Богом, интерпретировала это завершение как ту цель, которую Бог поставил перед сущностью, которая вот как-то, реализована.

Эти начала, есть начала некоторой вещи, которая существует в физическом мире, а физический мир, это то, что движется, по Аристотелю. И как понять, что что-то

существует в этом движении? Здесь работает принцип, сформулированный ещё Платоном и воспроизведённый Аристотелем: существует то, что либо где-то и когда-то хоть на мгновение подействовало на что-то другое, либо то, на что хоть где-то и когда-то подействовало нечто. То есть **критерий существования — это действие**.

Как строится схема устройства мира, космоса?

В космосе нет взаимодействия, взаимодействие в хаосе. Взаимодействие родственно смешению в греческих понятиях, то есть они отдельными фрагментами развёртывали понятие взаимодействия, но вообще, они были более нацелены на построение линейных цепочек связей, будь то цепочка связи порождения или причинения. Представление о том, как всё существует в мире, старались вытянуть в линейные цепочки. Взаимодействие же принципиально не линейно.

В средневековой картине мира актуальность принадлежит Богу. Соответственно, воздействия вещей друг на друга существенно их изменить не могут. Тем не менее, для описания того, как вещи друг друга затрагивают, было введено понятия причины и силы. Сила — механизм причины, подструктура в существующей сущности, позволяющей ей действовать. Среди сил перечисляли, например, клин, рычаг. В науке нового времени она меняет смысл. Эта наука ещё оперирует силами, но внутри неё вызревает понятие взаимодействия. Допустим, закон Ньютона: «сила действия равна сила противодействия». Когда вы пишете, какая сила противодействия листка бумаги вам и вашей ручке? Когда автобус при повороте вас "кидает", где сила вашего противодействия? Для повседневного взгляда это ненаблюдаемо, непонятно откуда взято. А этот закон, вообще, означает, что изнутри мира не производится действие, все действия внутри мира уравновешены. То есть это некоторый вариант взаимодействия, в котором суммарный результат равен нулю. Здесь уже зарождается проблематика взаимодействий.

Наука нового времени создаёт эти представления о взаимодействиях сначала физических, потом их пытаются перенести на другие сферы, где приходят к выводу, что надо иные взаимодействия рассматривать. Например, социальная физика, в которой, смотря на электрические заряды, которые притягиваются и отталкиваются, появилась идея посчитать подобный социальный заряд у людей, и составить уравнение, которое позволило бы описать динамику общества. Из этого не вышло абсолютно ничего, но попытка была. Стало понятно, что на эти взаимодействия (электрические), как образец, нельзя ориентироваться. Другой пример, результат, который Сеченов сформулировал в книге «Рефлексы головного мозга». Специфическое отличие психической жизни от физической жизни заключается в том, что реакция на воздействия не является моментальной, существуют торможения. Здесь отмечается принципиальное иное устройство взаимодействий. Отсюда вытекает программа Павлова с рефлексами, Дильтея с экспериментальной психологией.

Были приведены два примера введения понятия взаимодействия, причём, разных типов, и давайте посмотрим, что нам сейчас говорят физики. Что есть четыре фундаментальных взаимодействия, правда они сейчас из них пытаются соорудить одно, то есть пытаются их объединить. Электрическое, сильное и слабое взаимодействие они смогли объединить, а гравитация не объединяется, не квантуется пока что. Это одна из проблем физики, а нужно ли рассматривать мир на основе одного единственного взаимодействия?

Лекция 5.

Продолжим говорить про взаимодействия.

Действия.

Чтобы определить, что такое взаимодействие, мы должны определить действие. Действие обычно не определяется или определяется контекстуально.

Действие, в частности, это акт. Если говорить о классическом представлении, что в мире всё идёт чередом и может быть описано логично, то в таком представлении идёт речь, что есть одно, второе, третье действие друг за другом. При этом есть более сложная конструкция взаимодействия, где действия сочетаются как акты и реакция. Реакция, это тоже действие. Вот в такой конструкции, если есть акция и реакция, то они тоже линейно упорядочены. В данном случае линейная упорядоченность означает последовательность во времени. Если же говорить о начальном понимании взаимодействия, то взаимодействие связано со смещением, а смещение, это одновременное наличие и акции, и реакции.

Давайте разберём некоторые понятийные структуры, здесь усматриваемые.

Если говорить о действии, когда мы имеем право считать, что что-то одно подействовало на что-то другое? Естественный механический пример: вот шар, который летит, сталкивается с другим шаром. При некотором случае прямого столкновения один шар останавливается, другой полетел; не прямое столкновение, они разлетаются под углами. То есть в случае прямого столкновения получается, что одно тело двигалось, подействовало на другое тело и другое тело двинулось, при этом первое тело перестало двигаться. Здесь мы имеем, если рассматривать мировую ситуацию, некоторое сложное изменение. Однако, есть нечто такое, что мы связываем с первым телом и оно качественно определяет его состояние.



Схема 5.

Помните, я говорил, что движение — это сохранение некоторого инварианта, в частности, структуры. То есть у нас имеется некий объект 1 (Ob1), его состояние характеризуется определённой структурой, структура 1 (S1). У нас есть объект 2 (Ob2), и у него есть структура 2 (S2) (схема 5).

Что происходит в простейшем случае, когда один объект действует на другой?

Происходит изменение существования обоих объектов, но нам интересно действие, поэтому мы рассматриваем изменения существования объекта 2, в связи со структурой, характеризующей существование объекта 1. Мы получаем следующую картину (схема 6).

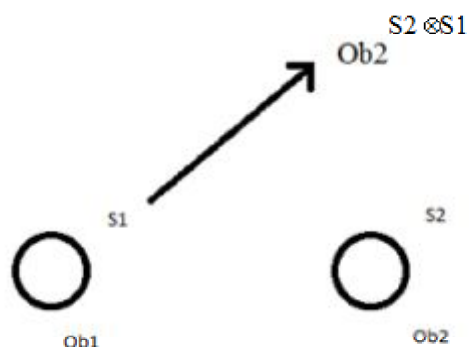


Схема 6.

У нас есть объект 2, который не был уничтожен (Уничтожение, это конечно тоже некоторое воздействие, но некоторое типичное действие, нас интересующее, это то, что не полностью уничтожает то, на что мы действуем.).

У нас, после воздействия одного объекта на другой, есть объект, который мы продолжаем считать соотносимым с Ob2, есть определённая структурная преемственность, но, кроме того, сюда добавляется структура первого объекта $S2 \otimes S1$.

Пример: "как об стенку горох". Горошина ударяется в стену, отлетает и, вроде бы, ничего не происходит. Но ничего не происходит при некотором повседневном взгляде, а если верить наукам, то: Во-первых, должна сохраняться суммарная кинетическая энергия, импульс. Просто стена настолько массивна относительно горошины, что этот переданный стене импульс ничтожен, в то время как изменение импульса горошины заметно. Во-вторых, согласно молекулярной теории, когда какое-то тело, состоящее из молекул, сталкивается с другим телом из молекул, то происходит изменение энергии, при этом изменение энергии остаётся равным себе (не рассматривая изменения с рассеиванием, диссипативные структуры). Стена нагревается, горошина тоже нагревается, в местах соприкосновения. Согласно той же теории, в стене остаётся небольшая вмятина, которая не совпадает с формой горошины, но примерное соотношение с частью поверхности горошины в стене остаются. Есть ещё побочные усложняющие факторы, что часть молекул горошины останется на стене, может быть наоборот. Тут можно усложнять, но то, что у нас после взаимодействия, некоторая структура, которая характеризовала движение горошины,

частично переносится на стенку, и это характеризует то, что подействовало, это современная наука убедительно излагает.

Здесь стоит вспомнить заблуждение Дэвида Юма, о том, что понятие причинности, это психологическая привычка. Юм исходил из достаточно плоского психологического эмпиризма. То есть: откуда у нас берутся идеи? Из ассоциаций опыта. Можно сколько угодно смотреть на то, как светит Солнце, как камень существует, но утверждение о том, что Солнце нагревает камень, это вот просто привычка.

Это привычка до тех пор, пока мы не имеем возможности фиксировать некоторым опосредованным, конечно, способом, но вполне материализуемым и реализуемым, структуры, которые характеризуют существование Солнца и камня. Мы имеем возможность измерять интенсивность солнечного излучения, и мы в состоянии точно определить изменение температуры камня, мы можем измерить плотность потока. И получается то, что мы фиксируем как раз этот перенос структур, энергетический, в частности, и у нас есть все основания говорить, что вот это не привычка, а физический процесс, схему которого мы знаем. Более того, он нам подвластен, более того, мы можем своими средствами проводить вот эти самые процессы, аналогичные, производные и т.д. То есть не является человек просто воспринимающим какие-то данные, он активно живёт в мире, он действует. Это такая практическая, можно было бы сказать, прагматическая, но это скорее некоторая философия действительности, действительного существования человека в мире. И современная наука, и современная техника, как некоторые принципиально устроенные сферы существования, структурно организованные, системно, они вполне подтверждают действительность нарисованной схемы.

Взаимодействие.

Сейчас была обрисована одна линия действий, но, если мы рассматриваем взаимодействие, у нас есть вот такая схема (схема 7).

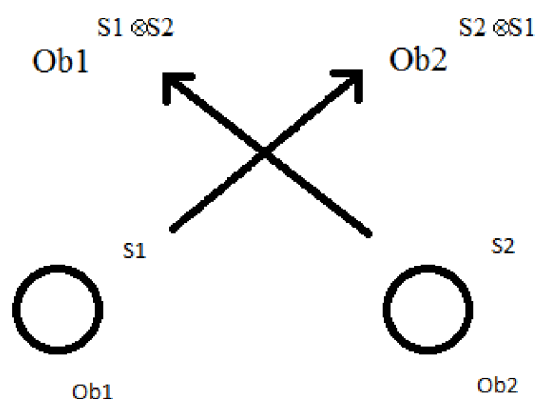


Схема 7.

То есть в результате взаимодействия, если оно происходит более или менее одновременно, изменяются структуры обоих взаимодействующих. Необходимость этого возвратного действия, она ощущалась многими философами. Я уже говорил, что у Платона есть представление о материи, которая является пассивной восприимчивой идеей, но, тем не менее, она имеет определенное стремление к идее, и без такого стремления, вообще-то, идея не найдёт себе в чём воплотиться. То есть не только стремление идей к реализации, но и стремление материи, чтобы что-то в ней было реализовано. Это схема, по сути, взаимодействия, но одна сторона взаимодействия, она выражена не как актуальная, а как желательная или потенциально актуальная. Ну и последующие материалистические рассуждения, они, во многом, были направлены на то, чтобы эту актуальность существования материи так или иначе утвердить как некоторую реакцию на почти абсолютный примат активности актуальности субъекта.

Это усложнение схемы не единственное, потому что мы оставили вне рассмотрения переходы объектов из начального состояния в более-менее конечное (схема 8).

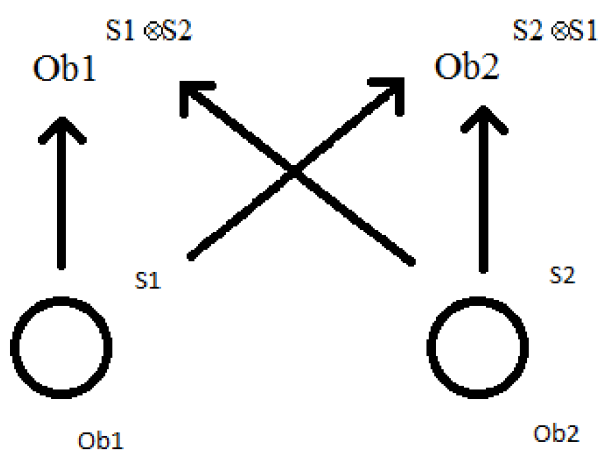


Схема 8.

Замечу, что эти переходы символизируют то, что между началом действия и его завершением есть определённый временной интервал, ибо если интервала нет, то у нас нет основания говорить о действии, а есть основание говорить о некотором совместном изменении одного и другого, взаимовлиянии, общении. Можно концепцию Лейбница представить как спекулирующую на этом моменте, ибо монады не могут друг на друга подействовать, но вот как-то совместно могут изменяться и влиять друг на друга. Это неясный момент в его системе, в котором он опирается на психологические рассуждения, в вопросе восприятии монад.

Этот момент, что у нас временем отделены эти состояния, здесь я опираюсь на интуитивное представление, что если есть действие, то нужно время, чтобы

подействовало, и вот эта концепция моментального действия, быстроедействие и т.д., это проблема, с одной стороны, философская, с другой стороны, научная.

Отождествление.

Я уже говорил, что для универсальности картины мира объекты надо рассматривать как активные, и вот их активное актуальное существование, оно, обычно, рассматривается так, что объекты на что-то иное действуют. Но есть другой вопрос, в изменяющемся мире объект тоже изменяется, и бывает так, что он изменяется сам по себе. Как, например, продукты питания. Конечно, это вполне можно объяснить, но вот то, что объекты, предоставленные сами себе, они разрушаются, в окружающем нас мире есть повседневный факт. Можно сказать, что он выражен во втором законе термодинамики относительно возрастания энтропии. Так вот, существование объекта при изменчивости, активности, актуальности, должно быть связано с некоторым самодействием объекта. Если у нас есть взаимодействие в мире, и объекты продолжают существовать дальше, и продолжают действовать друг на друга, то их структуры существования должны меняться. Таким образом, исходя из этой конструкции, мы никогда не получим тождественного себе мира. Мир постоянно будет изменяться.

И здесь вопрос, а как получается, что мы находимся примерно в одном и том же мире? И вот сложный онтологический момент заключается в том, что в изменяющемся мире с изменяющимися объектами, рассматривать надо не тождественные себе объекты, а отождествление объектов. **Объект актуально существует отождествляясь.** Это отождествление происходит как за счёт собственной активности объекта, так и за счёт активности других объектов мира. То есть у нас есть ещё такие стрелки (закольцовывающиеся на схеме 9), самодействия и действия других объектов. И некоторые структуры в этом потоке изменений оказываются такими, что они как бы воспроизводят структуру объекта.

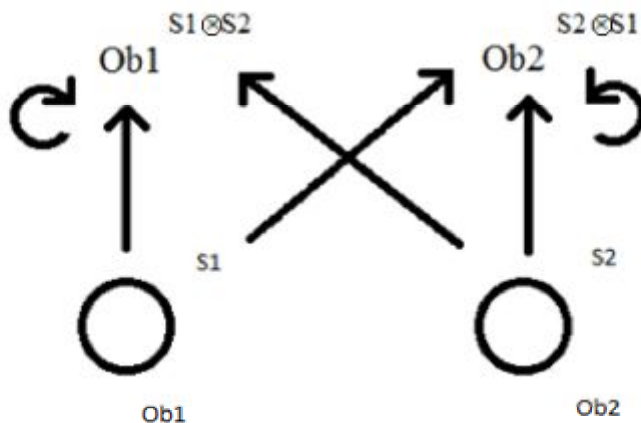


Схема 9.

Хороший пример здесь: тождество человека. Человек, вот вроде бы один и тот же, сам считает, что он один и тот же. Мы отождествляем разные тела как одного и того же человека. Но, ведь, по сути, голодный человек и сытый человек, немного разные тела, по крайней мере, не говоря про более удалённый интервалы времени. Младенец, у которого ещё несформировано значительное количество систем, которые характеризуют взрослого человека, он просто фактически отличен, как тело, просто по-другому состоит. Как тогда получается тождество человека? За счёт отождествления. Все примеры с раздвоением личности, мы всё равно говорим, что человек один, а личностей две. Почему? Тело одно, мы к телу привязываем эти личности и отговорка человека, что "я подписал этот контракт, но это был не я, а другая личность", во внимание не принимается. То есть такое общественное отождествление, основанное на частично физическом, телесном отождествлении, хоть это отождествление происходит в процессе видоизменения.

С этой точки зрения, любой объект, в том числе и человек, это динамическое равновесие на потоках материи, энергии и информации. Не для всех объектов поток информации, наверно, можно рассматривать, но это тоже философская проблема.

Ещё одно соображение на тему этой схемы. Есть факт, основополагающий как для математики, так и для других наук. Он частично принят, частично освоен. Математика воспринимается сейчас, как естественное основание естествознания, и неестественные науки воспринимают математические интенции, и считают, что математика основана на теории множеств.

Начнём с того, что некоторой единой теории множеств, на которой была бы основана современная математика, нет. Была наивная канторовская теория множеств, но выяснилось, что она противоречива. В середине 20 века возникла альтернативная теория, которая вошла в базу современной математики. Теория категорий и функторов. Это не те же категории, что у Аристотеля. Теория категорий основана на понятии морфизм, что приблизительно можно перевести на человеческий язык как преобразование. Разные математические теории, это теории по-разному устроенных структур преобразований чего-то. Вот это что-то, что преобразуется, в этой теории называется объекты. Есть морфизмы и, в частности, теория множеств, как математическая теория, это частный случай категории. Существуют более универсальные категории, то есть теория категорий со структурной точки зрения обосновывает эту самую теорию множеств, является основанием. Является основанием, но вот взгляд на то, что теория категорий является основанием теории множеств, его разделяют относительное меньшинство современных математиков.

С другой стороны, типичная математическая практика сейчас заключается в том, что когда математик строит какую-то теорию, фрагмент теории, его статью в хороший математический журнал не принимают, если он не даст категориального строения, относящегося к его теории. То есть теоретико-множественное описание того, что есть,

и категориальное описание этого. Дальше забывают и про первое, и про второе, и работают с этой предметной математической теорией.

К чему это? В категориях объект задаётся как стрелка в себя, некий морфизм в себя. Здесь морфизм — это тип преобразования. Объект вот как бы отождествляется. Я сейчас говорю интерпретируя, стараясь передать смысл. Там это формальная структура, в теории категорий.

Так, мы закончили онтологические основания моделей.

Ещё замечание. Есть классические онтологии: вещь, свойство, отношения. Есть неклассические онтологии: процесс, момент, состояния. А вообще, их можно выделить больше: часть-целое, элемент-структура. Важным для любой науки, связанный с действиями, является феноменологический уровень. Не в смысле феноменологии Гуссерля, а в смысле того, что вообще любые наши рассуждения предполагают феноменальное подкрепление. Другое дело, что эти феномены могут быть взяты из очень разных областей, которые мы предполагаем, как наиболее важные, основные. Определённый уровень феноменологии в науке всегда присутствует, она же, по сути, базисная онтология. **Феномен — это нечто налично данное, то, что презентует.** Этот презент — это настоящее. У феномена есть момент непосредственного существования, наличия. И любая наука связана с собственной феноменальной сферой. Также, как и феноменальная сфера, это компонент предметной области науки, некоторая часть. На любом уровне существования научных объектов должна быть своя феноменология, иначе объекты эти просто не даны.

Таким образом, некоторый минимум феноменологии в любой науке, научной модели присутствует. В частности, модель научна тогда, когда она представляет что-то, если она ничего не представляет, то она не модель, а просто конструкция сама по себе, без какого-либо соотнесения и смысла. Вот эти представления, тут должны быть две данности: одна представляющего, другая представляемого, уже в этой связи должна развёртываться сложная феноменология. Это развёртывание возможных данностей, необходимых данностей, это тоже некоторое дело, которым занимаются науки.

Гносеологические основания научной модели.

Знание — представление объекта субъектом. Здесь упор на актуальности, то есть знание существует тогда, когда какой-то субъект актуально представляет какой-то объект. Здесь может показаться, что субъект представляет себе какой-то объект, но это совсем не обязательно. Субъект может представлять объект другому субъекту. Этот другой субъект может стать субъектом этого представления, и тогда у него возникает знание, а может и не стать, и тогда у субъекта знание не возникает. Ему дана непосредственная заданность чего-то представления, но это то, что называется "смотрит в книгу, видит фигу". Представление актуальное не создано. Другой вариант, создано искажённое, ложное представление. Бывают же ложные знания.

Актуальность. Есть некоторая иллюзия абсолютности какого-то знания, и когда человек что-то узнал, то у него на некоторое время возникает ощущение того, что "вот это я никогда не забуду, теперь всегда буду знать, что ...". Но по факту это иллюзия, потому что новая актуализация какого-то знания всегда немного отличается, там нужно отождествление этого самого знания, но ведь знание, это тоже объект, один из видов.

Напоминаю, что под объектом подразумевается относительно самостоятельный фрагмент мира. И когда актуализируется какое-либо знание, возникает этот относительно самостоятельный фрагмент мира. Другое дело, что на его поддержание, отождествление, развитие, требуется затратить определённые усилия, действия, активность памяти, воображения. Соответственно, я отрицаю, что в книгах существуют знания. В книгах реализованы некоторые структурные элементы, которые позволяют представить некоторые фрагменты знания. Одну книгу прочитают два разных человека, и они получают разные знания. Другой человек дважды прочтёт одну и ту же книгу, и, по крайней мере иногда, получается, что по второму прочтению он реализует знание, отличающееся от того, что было на первом этапе. Здесь есть иллюзия того, что знания существуют самостоятельно, будучи реализованными в книгах, но вот, допустим, в технике, тоже реализовано некоторое знание, знание того, как устроить что-то, чтобы оно в нужный момент пищало, подавало сигнал времени, в нужный момент принимало какое-то сообщение, и на него можно было ответить, они здесь реализованы в виде некоторых конкретных реальных структур, но это именно следы знаний, то, что осталось после того, как знание было актуализировано, некоторая реализация знаний, которая изменяется. Здесь знанием был пропитан процесс этой реализации, когда создавались технологические линии где-то, когда обучались люди, чтобы работать с этой технологией, когда им предоставлялись некоторые материалы, энергия, когда они создавали платы, когда собиралось всё это, здесь актуализировались разного рода знания, и это всё было неким процессом, который завершился в чём-то подобном, и вот философский момент, который был сформулирован следующим образом: "процесс угасает в результате". Процесс создания чего-либо технического угасает в экземпляре техники. И вот знание, которое было актуальным, действующим в момент процесса создания, оно угасает в некоторых структурах, которые заново могут быть отождествлены в своём актуальном существовании, использованы, только благодаря некоторому подходу с определённым знанием. То есть допустим, в кармане на мобильный телефон можно чем-нибудь нажать, и телефон позвонит кому-нибудь, но это не есть техническое использование устройства, а "так сложились обстоятельства". Это некоторая актуализация объекта, но без знания, намерения. Но это сложный вопрос, как относиться к существованию знаний, но я повторяю, что знания я рассматриваю как актуализации представлений о чём-то.

Гносеология.

Гносеология — система предположений об индивидуальном знании. При этом неклассический поворот заключается в том, что индивидом может быть

коллектив. Например: лаборатория, в которой работает научный коллектив. Наивное представление, что множество индивидов, из которых кто-то выдвинул идею, её проверили, она подтвердилось, готово научное открытие. Но, рассмотрение фактической практики показывает, что автором реализованной идеи, как она была реализована, редко можно считать кого-то одного. Идея уточняется, переформулируется, переосмысливается. Её позднейшая интерпретация может радикально отличаться от тех представлений, которые бытовали, когда люди только начинали некоторую линию исследований. Представление о некоторой полной осознанности, несознательности, а именно, осознанности действий человека в науке, это миф.

Знание, когда оно возникает, возникает и с ложным знанием. Науку интересуют истинные знания, но, что такое истина? То, что считалось абсолютной истиной, оказывается иногда лишь ограниченно истинным, а в точном выражении, просто ложным. Там надо добавлять, изменять представления, тогда некоторая истинность появляется.

Так что такое **гносеология? Это система представлений об индивидуальном знании, предположениях.** Основные гносеологические проблемы, это проблемы тех средств, органов, функций, способов и т.д., которыми обладает субъект.

Здесь свой набор проблем. Например: говорят, что у человека пять чувств, но физиологи говорят, что их шесть. Шестое, это чувство положения в пространстве. То есть, есть органы, специализирующиеся на этом моменте. Есть эмпиризм, который тесно связан с представлениями о чувственности, доходящий до тезиса Беркли: "Быть, значит восприниматься". Если считать, что таких воспринимающих моментов пять, то восприниматься может непосредственно мало что. Да, весь мир, но что с такими вещами, как, например: "чувство долга", "чувство юмора", "логичность, как чувство".

Что такое **чувство? Это, по сути, форма организации деятельности, которая чувствительна, то есть позволяет феноменам некоторой предметной области оказаться в непосредственном наличии.** Например: числа 1999 и 2000, они хорошо различаются? Люди чувствуют, что если в начале единица в ценнике, то это другое и лучше, а если взять 2000 и 2001, то ощущения качественного различия нет, сразу понятно, что отличается только на 1. Это пример того, как математический объект получает качественную определённость и рассматривается не вполне как математический. Чтобы рассматривать его математически, требуется иметь особый склад ума, восприятия.

Что такое обучение математике? Это создание некоторых чувств, которые позволяют сначала более простые объекты воспринимать в математической их связи, а потом и более сложные. Например, даже школьный курс математики даёт представление о принципиально ненаблюдаемых вещах, допустим, бесконечности

(бесконечный ряд чисел, бесконечная прямая), или даёт нам возможности прикинуть вероятности (понятно, что вряд ли у кого при расчёте вероятности всплывают математические схемы, но вот некое приблизительное чувство, что вероятнее, а что нет, тем не менее, появляется). То есть некоторая форма данности здесь уже предполагает, опирается на эту сформированность в знаниях; установки на предметную область, на различия важные и значимые для этой предметной области. Сейчас мы говорили про математику, но если возвращаться к эмоциям, то тоже самое.

Теперь о структурах, которые стоит выделять в гносеологических рассматриваниях.

Мы имеем базовый треугольник: субъект, объект, предмет. И знание, по Канту, как нечто трансцендентальное, то есть не имеющее онтологических оснований. Кант понимал онтологию достаточно узко, то есть как истинное существование, а истинное существование связано с Богом, и вещи в себе представляют собой субстанции, созданные Богом. Знать мы о них ничего не можем, предполагать должны, а непосредственно знаем то, что находится в трансцендентальной сфере, то есть представления. Знания, как представления, они существуют благодаря особой форме данности. Должна быть данность непосредственно представляющего, и к этой данности представляющего и относятся изначальные неразвитые формы чувственности, эти пять чувств. Шестое там присутствует несознательно, допустим, в естественной выделенности направлений "вверх", "вниз".

Формы данности, что в них фиксируется, какие формы чувственности? Этот вопрос требует детального рассмотрения, но давайте посмотрим на него со стороны внешней выраженности. Когда появляется слово субъект, в связи с познавательными способностями?

Сами познавательные способности относили к человеку издревле. Но сам субъект появляется в Средние века, в конструкции субъект-предикат. В конструкции, что есть базовая для классической логики в средневековом оформлении. У Аристотеля базовой была конструкция элементарного суждения. У него было подлежащее и сказуемое, но когда он выделяет структуру от элементарных суждений, он говорит не о подлежащем и сказуемом, а о терминах. То есть, есть суждения, и в них выделяются термины, два крайних и средний. Они, будучи включены в два суждения, образуют силлогизм, если правильно включены, образуют правильный силлогизм. И правильный силлогизм позволяет сделать выводы, исключая средний из взаимоотношения.

Проблема выделения субъекта и предиката уже появляется у Аристотеля. И некоторая терминологизация, которая прошла через средневековую мысль, оформив логику, она как раз и связана с тем, что хочется иметь чётко выделенные термины, которые хочется друг с другом связывать правильным образом. И разные конструкции, теологические, философские, логические, они связаны с разными терминологическими

системами. Базой же является некое общее представление, что надо делить на субъект и предикат, потом связывать знания, и у нас получится некоторое полное, цельное знание, которое мы и ищем. Там есть, конечно, ещё проблема истинности, то есть просто так связать субъект с предикатом нельзя, но здесь уже второй уровень гносеологической проблематики, но это уже переход на эпистемологический уровень.

Индивидуальное знание может быть как бы единичным, а может быть и системой знания.

Эпистемология — это система предположений о системах знаний. Эти системы знаний реализуются и поддерживаются не индивидуальными субъектами. Такая система знаний, как математика, в принципе, не может быть поддержана индивидуальным субъектом. Она просто превышает возможности любого актуального собрания людей.

Эпистемология есть представление о том, что воспроизводятся системы знаний, и системы знаний воспроизводятся всегда во взаимодействии с индивидуальными знаниями, хотя, иногда в серьёзных противоречиях с индивидуальными знаниями и другими системами знаний.

Итак, мы имеем субъект и предикат. Они были выделены в латинском языке. Какими свойствами обладает субъект в отношении к предикату?

Первое свойство хорошо выражено в структуре тривиума (база школьного образования, в него входит грамматика, логика, риторика, как вариант, замена логики на диалектику). Грамматика, это грамматика латинского языка. В латинском языке есть формулы "S есть P", там можно различать формы приписывания и т.д. Но, тем не менее, чтобы просто войти в научное сообщество и получать знания, необходимо знать латинский язык и уметь квалифицированно им пользоваться. То есть овладение этим способом построения мысли было первым уровнем. Логика, это некоторая надстройка над грамматикой. Недостаточно просто выражаться на латинском языке, надо ещё правильно выражаться. Освоить логику значило освоить силлогизмы. Умение правильно представить свою мысль в форме силлогизмов, в общем, техническое умение. То есть у нас есть субъект, который способен к своим мыслям относится так, чтобы их выражать и формулировать в некоторой заданной грамматике. А грамматика задаёт онтологию, или, по крайней мере, тесно связано с ней. Всё то, что существует и выражается в языке, приобретает те или иные формы представления существования именно грамматически. В частности: время; разные типы существования во времени; качества; свойства; эффекты действия; процессы; вещи разных типов. Всё это грамматически задано в разных языках по-разному. У субъекта есть некоторая превалирующая форма выражения своих мыслей, со специальной, не повседневной, лексикой, с определенными правилами словообразования. Некоторое чувство языка,

способность выражения. Когда мы выражаем что-то в языке, бывает чувство, что мы хорошо выразились, а бывает, подбираешь слова, но, не получается.

Чувствительность к логическим формам, это самое чувство логики. Не просто выражение мысли, содержание мысли, а некоторое оформление этой мысли. Оформление здесь оказывается самостоятельным, то есть отдельно выделяется логика, необходимость осваивать правильные рассуждения, ибо не освоивший их, не входит в учёное сообщество.

Дополнительный компонент – риторика. Умение не просто логическую структуру выстроить, а так, чтобы это было убедительно, красиво, заинтересовало людей, произвело впечатление на них. Инвенция, локуция, диспозиция, — то, без чего средневековый трактат не может быть написан.

То есть, есть структуры, актуализируемые у субъекта, структуры, которым субъект научается, неспособный научиться, не входит в эту сферу.

Вот вам и выделяется **первая форма субъекта — логический субъект**. Он, с одной стороны, есть там, внутри оформленных текстов, мы там его легко находим, а с другой стороны, это тот субъект логики, в расширенном смысле этого слова. Ведь и грамматика тоже имеет дело с логосом, со словами, как и риторика. Вот этот субъект словесности, в тоже время и строгой словесности в логике, и красивой словесности в риторике, и просто грамотной словесности. Такая форма субъекта была преобладающей в Средние века. Именно с ним сходились Бэкон, Декарт, и другие философы Нового времени.

Нельзя сказать, что эмпирический субъект отсутствовал полностью. Если смотреть на средневековую учёность и средневековую науку, то была наука в университетах, и там как раз требовался и воспроизводился логический субъект в расширенном виде, а с другой стороны, были практические потребности, скажем, потребность в юристах, которые к логике тогда близко относились, медики, в которые тоже изучали правильные формулы рецептов, вместе с астрологией и алхимией.

Сейчас я охарактеризовал тот тип субъекта, который требовала средневековая учёность и, в целом, воспроизводство систем знаний и знания в Средние века.

Лекция 6.

Продолжаем рассматривать гносеологические основания научного моделирования.

Логический субъект.

Мы говорили о типах субъектов, и первый такой тип, который исторически выделяется — логический субъект. С одной стороны, он достаточно точно фиксируется в качестве воплощённой в текстах субстанции, в некотором смысле этого слова, а с другой стороны, с этим субъектом тесно связаны те характеристики действительного субъекта науки, который находится в двойственной коррелятивной позиции по отношению к этому (логическому) субъекту, и имеет такие способности, которые позволяют работать с этим субъектом и переходить с одной позиции на другую.

По поводу логического субъекта. Мы сейчас рассмотрим действительные ограничения на существование такого субъекта, которые не совсем сочетаются с обычной логической «идеологией». Она же заключается в том, что знание должно быть полностью логично, научная деятельность должна быть полностью логична. Это связано с представлениями о некой полной логичной системе знания, но исторически это возникало следующим образом: Древние мудрецы не были логиками, древние философы стали разрабатывать логику исходя из такого представления, что есть некоторая полная конечная система знаний о мире, которая, наверное, известна Богам, и к которой можно как-то причаститься, её некуда развивать. Позднее, появилось представление, что Бог знает всё полностью, а людям это недоступно, но, тем не менее, люди могут не открыть новое знание сами, а причаститься к этому божественному всеведению, кто-то больше, кто-то меньше. Здесь опять нет идеи, что возникает какое-то новое знание. Соответственно, логика, как она формировалась, это некоторая система, которая приводит в какой-то порядок имеющееся знание. Она не нацелена на открытие нового. Допустим, отсутствие авторства в Средние века (ибо люди ничего не изобретают). Так что логические системы изначально имеют такой момент, чтобы некоторые знания упорядочить.

Давно пытаются создать такие логические системы, которые позволят получать новые знания, в которой есть круги, атрибуты, связки знания. Допустим, Раймунд Луллий с его логической машиной, где есть круги, атрибуты Бога, связки, и если их крутить, то механически получаются логически истинные предложения. Лейбниц, считавший, что можно создать некую универсальную характеристику, и если мы выразим все понятия строго, точно, однозначно, то тогда придёт конец философским спорам, потому что философы смогут, заспорив, сказать: «давайте посчитаем!», и, посчитав, получив некоторый правильный результат, у них не будет возможности

оспорить этот результат. Здесь, уже в исходных посылках, задано всё содержание, которое выводится.

Новое время кардинально отличается в этих представлениях просто потому, что было обнаружено много такого, о чём не сказано в Священных Книгах.

Географические открытия были сопряжены также с открытиями техническими (такими как порох, спирт, подзорная труба, стекло, косой парсу и т.д.). Это всё сильно повлияло на изменения в мире. Допустим, стекло, ведь это огромное изменение образа жизни. Без него даже наши современные условия резко меняются. Без него задувает, холодно. Без него были факелы, очаг, у очень богатых свечи. Даже у королей в обыденности были факелы в разных переходах. Без стёкол в этих переходах сквозняки, свет непостоянный, колеблющийся, предметы отбрасывают тени, меняют размеры и т.д. То есть окружающий мир, хоть и освоен, тем не менее, сильно непостоянный. Вот возникает стекло, и просто меняется жизнь в домах. Появляются широкие окна, а вместе с ними и широкие подоконники. Здесь интересен Лейбниц, который, исходя из принципа предустановленной гармонии, писал, что широкие подоконники нужны, чтобы на них могли одновременно лежать кавалер и дама, но, повторюсь, что без стёкол, такой бы «гармонии» не наблюдалось. Порох, который изначально использовался китайцами для сигнальных ракет и фейерверков, а европейцами был использован в целях военных. Но к чему он привёл? К тому, что средневековые замки перестали строить в высоту, появились пушки, и замки стали «уходить под землю». Появились редуты, скарпы и т.д. В астрономии раньше смотрели просто с высоких башен. Когда стали применять первые телескопы, выяснилось, что они сильно качаются, даже просто проехавшая телега могла исказить звёздное небо у астронома. И они сами тоже стали размещаться поближе к земле, чтобы не колебалось изображение. Но где? На высоких плоскогорьях, подальше от городов. В городах, конечно, остались обсерватории, но они уже играют крайне малую роль. Но это уже следующий этап. В общем, этапы развития науки, это этапы развития средств получения новых знаний, которые теснейшим образом связаны с применением этих знаний.

Лозунг Бэкона переводят неправильно. Знание не сила. Knowledge is power. Знание — это власть. Мощь. Во времена Бэкона power не имело физического смысла, как сейчас. У электростанций сейчас есть мощность, power, у батареек она есть, но во времена Бэкона смысл был другой. Он предлагал королям (Георгу V), вложиться в знания, чтобы получить власть, power. При этом там речь шла не просто о власти, он говорил, что: «природа побеждается благодаря тому, что мы подчиняемся ей». В точном смысле слова, представление о безудержном господстве над природой, оно не точно по отношению к Бэкону. С другой стороны, чего он хотел? Превратить знающего человека в мага. Кто такой маг? Здесь есть герметические и масонские корни. Второе, это превращённая форма герметической традиции, а она сама связана с рассмотрением отношений между микрокосмом и макрокосмом. Микрокосм — это человек, а

макрокосм — это вселенная. И если добиться того, чтобы микрокосм оказался полностью подобен макрокосму, то тогда такой человек становится магом, и управляя вселенной, как собой, может всё. То есть по этим представлениям он богоподобен, и эти взгляды антихристианские, по сути. Но почему терпели алхимиков, магов и прочих? Потому что они искали философский камень. С одной стороны известно, что он должен золото добывать, то есть это такая практическая вещь. Ни один король не откажется, несмотря на запрет Церкви. Нет, может кто-то и откажется, но большинство очень не против постоянного источника золота. Но ещё, философский камень позволяет получить личное бессмертие. Это абсолютно антихристианская штука, но кто же из королей откажется? Понятно, что речь шла об этом не совсем открыто, они ходили под масками врачей, астрологов, это допускалось. Хотя астрология считалась еретическим занятием, поскольку «человек предполагает, а Бог располагает», а тут звёзды, которые что-то определяют. Возможно, конечно, что Бог так и задумал, но непосредственно это невидно. То есть присутствует момент еретичности. Порох, кстати, изобрели монахи алхимики в поисках философских камней. По легенде, Бертольд Шварц. Касаемо кособокого паруса, средство, позволяющее уверенное, некаботажное плавание. Каботажное, это плавание вдоль побережья. Но выйти в море, нет средств навигации. Но что сделал Ньютон? Изобретение, позволившее определять долготу, а не только широту.

У Августина в "Исповеди" есть описание момента, когда он с друзьями сидел в комнате, на улице слышался шум, они повернулись друг к другу и стали обсуждать, что бы это могло быть? Они хотели силой ума понять, что там, с помощью силы ума. А чувственное познание, оно для них недостойно разумного человека. Новое время привело к изменению в этом плане. Чувственное познание оказалось изменённым, оно оказалось сильно расширенным. Допустим, Галилей, усовершенствовав подзорную трубу, создал телескоп, и направил его в небо. На Луне он увидел горы, на Солнце пятна, у Юпитера спутники. Это очень удачно совпало с политическим заказом. Галилея финансировали Медичи, а их планетой считался Юпитер, соответственно, если у него есть спутники, то это небесное подтверждение того, что окружающие города должны стать их сателлитами. И вот Галилей приглашает людей на башню и говорит: "взгляните сами, вы увидите". Но что видит Галилей?

Замечу, что многие философы занимались шлифовкой линз, например, Спиноза. Зачем? Дело в том, что плохо отшлифованная линза даёт размытое и множественное изображение. И вот Галилей смотрит и видит три луны, вперемешку, и на них какие-то горы. Вопрос: как интерпретировать? Когда мы смотрим в телескоп, то в нём две линзы, двояковыпуклая и двояковогнутая. И так, смотря через линзу на предмет, мы видим, что изображение его искажается, две линзы, в теории, искажают в два раза больше, значит, вы видите нечто искажённое, вы заблуждаетесь. А кто "отец" искажений и заблуждений? Дьявол, который вам показывает, а вы верите. У Галилея не было оптики как теории, он не мог объяснить, почему так. Он просто говорил:

"Смотрите, вот оно! Вот оно как на самом деле!". То есть некий личный опыт, хотя он интересубъективен, поскольку другие смотрят и тоже это видят, но где гарантия, что это показывает не дьявол? Его совершенно правильно ведь осудили, он же доказать ничего не мог. Его, правда, не то, чтобы осудили, но признали взгляды немного не теми, да и он сам частично отступился, хотя, до конца жизни продолжал научную деятельность, но уже скрытно.

Эмпирический субъект.

Какого рода у нас есть вопрос? Мы смотрим на небо и видим там то, чего раньше не видели. Что это означает? Что увеличивается феноменальная область, область феноменов. Любая наука основана на увеличении феноменальной области, с которой она имеет дело. При этом допустим, про оптику, в которой довольно быстро была построена геометрическая картина. Тот же самый Галилей имел трактат "Пробирных дел мастер", и в этом трактате он доказывает, что кометы, это оптические явления, не существует объектов, которые где-то летают и светятся. Доказывает он это с применением современной ему геометрии. Сейчас мы знаем, что это не так. Это пример ложной теории, которая была математически обоснована, математикой того времени. Часть опытов Галилея, это некоторые идеальные опыты, воображаемые, мыслимые. Он не кидал шаров с Пизанской башни, он не наблюдал движения маятника, который сейчас называется "маятник Фуко" в церкви (просто потому, что когда он приехал в тот город, церковь была на реставрации и маятник сняли). У него мысленные эксперименты, опыты, он на них полагается.

Мысленный эксперимент, в нём Галилей доходит до идеи об инерциальном движении, то есть если на тело не действует сила, то оно будет двигаться прямолинейно и равномерно. Как он до этого доходит? Опытным путем получить это нельзя. Он берёт плоскости (хорошо отполированные доски), наклоняет их, и катает по ним шары. Точнее не по плоскости, по ним не очень удобно, он катал по желобам, которые наклонял. И видел, что если катнуть шар против наклона жёлоба, он останавливается и катится обратно с ускорением, а если мы повернём жёлоб, то шарик в другую сторону покатится. А если мы выравниваем горизонтально жёлоб, и поместим в него шарик, то он не движется. Да и если он покатится, то есть если мы его катаем под наклоном, он замедляется, ускоряется, а тут, в горизонтальном положении, не видно, почему он должен куда-то замедлиться или ускориться, значит, будет двигаться равномерно и прямолинейно. Мысленный эксперимент, в котором он открыл нечто новое, то, чего не было в физике Аристотеля.

Галилей также, в мысленном эксперименте, обосновал возможность получения пустоты. По Аристотелю, природа не терпит пустоты, а Галилей представил схему, которая позволила бы (он описал колбу, заполненную водой, которая, при переворачивании колбы как бы "проседает" под действием силы тяжести, и там, между

водой и колбой, не может быть ничего, там появляется пустота). Эта идея была доработана, и реализована Торричелли.

Но, что здесь нам важно? У нас есть здесь субъект опытный, субъект опыта. Причём такого опыта, в котором появляются принципиально новые знания. Этот опыт может быть разным: и материальным, и идеальным (мыслимым). Противостояние эмпиризма и рационализма, я так думаю, представляет собой некоторую полемику внутри принятия некоторого опыта, как бы познания. Может быть интеллектуальный опыт, это рационализм, опыт может быть чувственным, это эмпиризм. Но для обоих типов опыта требуется субъект опытный, субъект опыта. При этом он не совпадает с просто родившимся простым субъектом. Субъект опыта имеет развитые чувства. Они, с одной стороны, развиты, потому что есть новые средства, которые дают новые уровни феноменов, с другой стороны, это субъект, развитый также и теоретически, чувственно. "Чувства стали теоретиками", есть такое выражение, "чувства теоретики". То есть теоретически доказывается, что в телескоп мы видим правильно. Соответственно, эмпирический субъект, неважно, является ли эмпирия разумной, рациональной, мыслимой или материальной, чувственной, это некоторый тип субъекта, который, с одной стороны, воплощается и в науке и в теориях, с другой стороны, возникают учёные, которые этому начинают учиться. Появляется экспериментальная база.

Чем велик Ньютон? Он создал основы классической физики, но, кроме того, он создал два метода: математический метод и физический метод. Описал их, задал методические определённости. Кому интересно, посмотрите "Математические начала натуральной философии". Там есть определения и аксиомы, потом идут три книги, как бы теорем, и вот две первые — математические, последняя — физическая. Математическая книга начинается с математического метода, которым доказывается всё последующее, а физическая книга начинается тоже с рассмотрения способа отношения к физическим данным. Ньютон, с одной стороны, разделяет математическое и физическое, с другой стороны, наводит мосты между ними, показывает, как можно переходить от математического к физическому и наоборот.

Получается такой субъект, который на поверхности эмпирический, с развитыми чувствами, причём они касаются и эмпирических вещей, и вещей идеальных, рациональных, мыслимых.

Есть ещё один момент. Чтобы такой эмпирически-рациональный, эмпирически-эмпирический субъект существовал, его необходимо обучить. Что такое обучение? С одной стороны, если человеку что-то интересно, то он учится почти без усилий, как бы сам собой. С другой стороны, по отношению к развитым наукам такое стихийное обучение не проходит. В частности, необходимо понимать тексты. И тексты люди учатся понимать, вообще-то, практически. Математиком нельзя стать, не прорешав какое-то достаточное количество задач. Я, конечно, говорю так, что нельзя, но есть

изумительные исключения, но эти исключения имеют некоторые ограничения. Человек что-то гениально понимает, но чуть в сторону, и он тут же начинает "плыть".

Человек может чувствовать. Что он чувствует? Предмет. Человек имеет предметное чувство. Прямая аналогия, допустим, с горшечником, у которого чувство глины, у столяра – чувство дерева и т.д. У художников свои чувства. Зависит, кстати, от красок и кисточек. Экспрессионисты появились, в частности, потому, что возникли химические краски, которые можно было смешивать, классические краски не смешиваются. А кисточки из белки, колонка, были и дорогие, и быстро портились, а синтетические кисточки позволяют более массовым образом подходить, меньше заботиться, наладить производство картин, увеличив скорость написания. Это пример некой предметной области, которая, с одной стороны, имеет некоторые средства, технические, в частности, которые позволяют реализовывать объекты из этой предметной области, а с другой стороны, это обратная сторона развития чувства.

Но если говорить о науке, то это развитое чувство выделяет разные типы субъектов практически внутри. Скажем, у математиков хорошо выделяются два типа предметного чувства. Это геометрическое и алгебраическое. Раньше различались арифметики и геометры по тому, что было ближе. Сейчас есть основания говорить не только об этих двух, но и о топологическом и логическом стилях мышления, которые устойчиво воспроизводятся среди математиков разных школ и направлений.

Чтобы читать книги и понимать их, требуется практика. Их можно просто прочесть, но люди прочли и не совсем поняли, о чём они. Почему? Нет предметного воображения. То есть ещё одна особенность субъекта, особый тип воображения. Вот представьте себе четырёхмерный куб. Я вам могу нарисовать его проекцию на двумерную доску, но от вас потребуется воображение, чтобы представить себе четырёхмерный куб (схема 10).

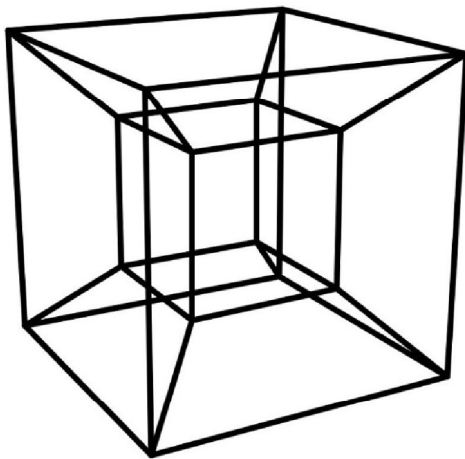


Схема 10.

Представьте себе, что эти два кубика, во-первых, одного размера, а во-вторых, что эти призматические "штуки", это тоже кубы такого же размера. Если вы это представите, то вы представите себе четырёхмерный куб. Так называемый тессеракт. Вот, математическое воображение. Для нематематиков это сложновато, а математик, он просто понимает, что это так и есть.

Я уже сказал, что выделяется данный тип субъекта, связанный с опытом, практикой некоторого рода, изменяются способности субъекта, воображения, понимания, в частности, изменяется так же то, что является значимым и осмысленным. Если кто-то из вас сейчас заглянет в современную статью по математике, то вполне вероятно, что вы поймёте только выражения типа: "и"; "если, то"; "следовательно"; "что и требовалось доказать". Там могу быть слова, похожие на обычные, допустим: "группа", "поле", но ясно, что это не поле с травой, когда математик говорит о поле комплексных чисел. То есть для того чтобы читать математические тексты, нужен декодер. Без него понять, что они означают, нельзя. Я здесь, опять же, говорю о средней норме, потому что, опять же, некоторые гениальные товарищи бывают. Например, как в известной истории про двух братьев аутистов, которые друг с другом играли, обращая мало внимания на внешний мир, и был психолог, который с ними работал, который заметил, что у них есть игра, в которой эти братья друг другу говорят числа (ну, дети учились в школе, про числа знали). Один сказал число, другой подумал, кивнул, сказал число, этот подумал, кивнул первому. Психолог оказался немного разбирающимся в математике. Он заметил, что они называют друг другу простые числа. Психолог взял таблицу этих чисел, вплоть до восьмизначных, и включился в их игру, братья кивали, когда он называл простые числа, но, когда братья стали называть девятизначные числа, психолог "вышел из игры". Некоторое школьное умение работать с числом здесь в принципе, есть, но вот что они делали, определяя, простое число или нет? Непонятно. Здесь разброс возможностей субъекта, который относится к конкретной области, он огромный.

Физики традиционно делятся на теоретиков и экспериментаторов, и теоретики прекрасно чувствуют теории, но дай им что-нибудь сделать, обязательно сломают, а экспериментаторы всё могут прекрасно сделать "руками", но вот объяснить, что они сделали, как надо интерпретировать полученный результат, они не могут. Они как бы друг друга дополняют. Есть отдельные случаи, когда человек может и «руками», и "мозгами", но их довольно мало.

Не говорил я ещё о некоторых классических проблемах, типа "модуса истинности", проблемы истины и т.д., то есть классики обучения философа. И пока что я не касался вопросов, связанных с предметами, с которыми имеют дело учёные. Значительная их часть, это артефакты. Простой образец артефакта, это камень, который геолог привозит в коллекцию из экспедиции. Известняк, допустим. Но это не просто известняк, а некоторый типичный экземпляр. Биологи собирают гербарии, жуков;

химики, на практикумах создают ряд чистых элементов, которые в природе не встречаются в данном виде. В биохимической лаборатории, сколько для неё требуется веществ? В химической где-то 200, в биохимической 12000. Часть из них получают извне, но не одно предприятие вам не даст 12000 наименований. Часть этих веществ производят в лаборатории. Там пробирки, где написано: вещество такое-то, сделано тогда-то, сделал тот-то. И вот одно и тоже вещество, отвечающее требованиям, сделанное разными лаборантами, отличается по воздействию на биологический препарат. Как хотите, так и понимайте. Интересный такой факт. Требуются определённые навыки, они в габитус входят, эти навыки, создают этого самого субъекта, субъекта опыта.

И вот ещё хотелось заметить. Объекты науки, они артефакты, начиная с базовых, с которыми мы имеем дело. В частности, любое средство измерения, это артефакт, соответственно, результаты измерений, это результаты применения артефактов, и тоже нечто достаточно искусственное. Другой вопрос, что эти артефакты стандартно воспроизводятся, хотя здесь тоже есть сложный момент. Например, в Париже лежал метр платиново-иридиевый. Его сделали на заре 20 века. Его проверяли не так давно, и выяснилось, что он "усох", уменьшился, и потребовалось создать новый, который отвечал бы современным средствам измерения. Допустим, есть такой артефакт как штамм бактерий. Это артефакт. В природе не встречаются чистые популяции бактерий, они все смешанные. Почему? Потому что бактерии делятся, мутируют всегда. Поддерживать существование одного и того же штамма — это сложнейшая техническая задача. То есть это не просто артефактно создать, это ещё и требует огромных затрат, чтобы это существовало.

В этой связи встаёт вопрос, а что такое абстракция?

Если коротко, то **абстракция — это редукция структуры**. Вот есть какой-то объект, допустим, мальчик катается с горки, у него красная шапка, он радостно визжит и зовут его Вася или Петя. А что видит физик? Тело, массой m , движется по плоскости, наклонённой под углом α , с ускорением j и начальной скоростью v . В некотором смысле, то, что видит здесь физик, присутствует в этой натурной ситуации, но то, что он рассматривает, это чистая абстракция, хотя она и реализуема.

А что ещё имеют ввиду учёные? Например, материальную точку, в физике, но её не бывает. Это даже не абстракция, это не может быть реализовано, в точном смысле этого слова. Это называется идеализация, идеализированные объекты. Наука использует абстрактные объекты, эти абстрактные объекты могут быть реализованы. Они могут стать основанием для идеализации. Я полагаю, что именно тогда и возникает наука.

То, о чём я ранее говорил, это познание, более-менее ориентированное на индивидуального субъекта, хотя уже некоторые индивидуальные коллективы здесь

просматриваются, а когда у нас есть идеализированные объекты, то возникает некоторая собственная система знаний. В современной философии науки это называется эмпирическая недоопределённость теории. Теоретические объекты эмпирически недоопределены. Когда у Канта шла речь об "идеях чистого разума", то речь у него шла о том же самом. Идея чистого разума — это понятие чистого разума, выходящее за пределы любого возможного опыта, то есть эмпирически недоопределённое, причём в принципе.

Уже на уровне индивидуального субъекта мы видим возможности переходить к системам знаний, которые превышают возможности индивидуальных субъектов. Это переход к эпистемологии.

Какие ещё типы субъектов возникают?

Кант говорил о трансцендентальном субъекте. Некоторые способности синтеза, выходящие за пределы опыта. Фактически, новые сферы данности. Дело в том, что эти идеи характеризуют так или иначе предмет, но предмет, это данность объекта субъекту, и трансцендентальный субъект, это некоторая надстройка над эмпирическим. Но здесь сложное соотношение, поскольку некоторые объекты, которые возникают чисто как трансцендентальные, не эмпирические, они не выключены из научной практики, и она может реализовывать их уже натурно, материально, те объекты, которые считались чисто идеальными, идеализированными. Здесь нет однозначно заданного соотношения, что, что-то эмпирическое, а что-то чисто теоретическое, потому что практика наслаивается на теорию, и наоборот.

Трансцендентальный кантовский субъект несёт в себе метод. Сам же Кант считал свою теорию методологической.

Методологический субъект выделяется позже, в середине/конце 19 века, в частности, потому что, по Канту, метод единственный, нет других методов, а науки показали, что разные науки не могут использовать одинаковый метод. Уже в физике возникновение электродинамики потребовало серьёзного изменения и методологии, и способов интерпретации; квантовая механика тем более потребовала этих пересмотров. Термодинамика отдельно требовала того же. Это разные концептуальные системы, и методы решения задач, постановки вопросов, реализации. Они просто иные. Другая предметность, по сути. Я сейчас углубляю тот тезис, что не существует единых наук, а есть разделы наук и они выделяются методологически, в частности, потому что метод соотносится со спецификой предметной области, а она, в свою очередь, имеется.

Можно лелеять надежду на создание единой теории, которая всё вовлечёт в себя и всё станет единообразно, на общих основаниях, но, на мой взгляд, это иллюзорные надежды.

Методологический субъект можно связать с его версией в виде практического субъекта Маркса (у него критерием истинности и действительности мышления является практика).

Экзистенциальный субъект. Уверенно выделяется философски, но соответствующие характеристики экзистенциалов, если брать хайдеггеровскую версию, превращаются в технику, в ней экзистенциальность меняется.

Феноменологический субъект. Есть развитие феноменологии в антропологическую сторону, сторону телесности. Телесно воплощённый субъект, инкорпорации разного рода, габитусы и так далее.

Последние несколько упомянутых субъектов недостаточно изучены.

В экономике сейчас возникло направление, изучающее экономического субъекта.

Субъект в философии спорта. Но вопрос, что является субъектом спорта?

Коснёмся момента образования субъекта, способного быть субъектом знания о чём-то.

Информация.

Я уже сказал о необходимости декодера. Но здесь мы попадаем в проблему того, как существуют знания. **Знание — это некое актуальное представление.** Но есть и некоторые объективации знания, представления знаний в некотором объективированном виде. Некоторая часть знаний у вас сейчас объективирована в конспектах. Естественно, что любой артефакт, это нечто связанное с объективацией тех или иных знаний.

Объективированные знания, как они существуют?

Можно сказать, что они несут следы знания. Это можно проиллюстрировать тем, что, когда вы слушаете, что я говорю, у вас возникает ощущение, что вы что-то узнаете, и это переживание того, что мне что-то сообщили, я что-то знаю. Но, если посмотреть свои записи через некоторое время, то вам, наверное, не понаслышке знакома ситуация, когда вы не можете разобрать собственные записи. Что случилось? Следы знаний остались, сами знания не вспоминаются. Как это происходит? Полагаю, здесь нужно использовать понятие информации, но определение информации, это тоже философская проблема.

Говорят, что материя, энергия, информация,— это основы нашего мира. При этом эта основательность мира передаётся на мир вообще. Звезда не просто светит, она передаёт некоторую информацию. Бобёр строит плотину, тоже информация. Если информацию понимать так широко, то само это понятие теряет смысл. В частности,

потому, что мы не можем её достаточно чётко уловить. Проистекает это из неких естественных установок, которые сопровождали появление информации. Она ведь появилась в ходе решения военных задач. С одной стороны, там есть связь, потребность передать что-то так, чтобы дружественные силы приняли, а вражеские не поняли. Соответственно, мы информацию шифруем. При этом шифр должен быть избыточным, поскольку любая линия связи — это линия задержки с искажениями. Это её определение в теории связи. Соответственно, надо передавать информацию немного избыточно, чтобы при потере части, её можно было восстановить. С другой стороны, эта избыточность не должна быть такой, чтобы её было легко восстановить вообще. Также, есть неявное условие, что информация должна быть однозначно интерпретируема, потому что в военных делах неоднозначная информация, это отсутствие информации. Приказ не может быть сформулирован двужанно, он должен читаться однозначно. Например: на заборе было написано "Штирлиц дурак". Всё Гестапо смеялось, а полковник Исаев знал, что ему было присвоено звание Героя Советского Союза. Вот вам сигнал передан и интерпретируется принципиально двояким образом. То есть непосредственные данные, которые есть, они совершенно однозначны, но их восприятие разное. Почему? Разные декодеры.

Наличие информации зависит от существования декодера. Зашифрованный сигнал телестанции, возможно, и несёт в себе информацию, но человек, у которого нет декодера, не в состоянии эту информацию вычлениить. То есть **существование информации — это коррелятивная субъекту позиция, причём, организованному субъекту позиция.**

Есть другая линия, связанная с информацией, которую имеют ввиду, когда, например, говорят, что в ДНК есть информация об организме. Это не совсем так, это общее понимание, многие на нём основываются, но ДНК, это просто некоторый набор нуклеотидов, который отвечает за репликацию белков. Она (репликация) с одного и того же участка в разных тканях разная, просто потому, что там нет чистого превращения в белок, а там есть взаимодействие множества белков. То есть здесь есть некоторая структура, которая организует воспроизводство этих белков. Есть некоторая организация. И есть соблазн считать, что организация и информация, это одно и то же. Наследственная информация, да, предаётся по наследству, но передаётся по наследству, вообще-то, способ сборки. При этом учтите, что есть такая вещь, как рекомбинация генома. Не существует ДНК в неизменном виде в живом организме. Это самый сложный "суп", там есть самопересечения ДНК, происходят его "сшивания", разрывы, есть его обломки.

То есть, как я полагаю, информация, это характеристика мира, связанного с субъектом, субъектного мира, но она не обязана быть необходимой частью объектного мира.

Лекция 7.

Эпистемологические основания научного моделирования.

Под эпистемой мы понимаем некоторую систему знания. Классическая точка зрения по поводу систем знания, включая научные, заключается в том, что человечество создаёт, в принципе, связную систему научных знаний, и от древности до наших времён знания умножаются и копятся. Но это некритический взгляд на существование знаний.

Знания и системы знаний воспроизводятся. Сложностью является то, что по мере вхождения в жизнь новых поколений, воспроизводятся и незнания. В условиях, когда, с одной стороны, увеличивается количество учёных, с другой стороны, увеличивается население Земли в целом, воспроизводство научного знания, систем знания, оказывается воспроизводством с изменениями и искажениями, а некоторые фрагменты знаний просто перестают воспроизводиться. Допустим, у большинства известных нам людей есть мобильные телефоны, и для того, чтобы посчитать что-то не в рамках простой арифметики, а более сложное, то используется калькулятор в телефонах. Но есть признаки делимости чисел, и более-менее понятно, что делится на 5 (на 5 делятся те числа, которые оканчиваются либо на 5 либо на 0), на 3 (те, где сумма чисел делится на 3). Раньше учёные люди знали вот эту арифметику, но я сейчас сомневаюсь, что эти знания широко воспроизводятся, хотя они относятся к достаточно "простой" области знания.

Вопрос воспроизводства систем знания. Что такое система? Является ли системой знаний энциклопедия?

Само слово энциклопедия произошло от сочетания слов, обозначающих "круг обучения" (древнегреческий ἐγκύκλιος παιδεία, из κύκλος «круг» + παιδεία «обучение»). Когда деятели просвещения писали энциклопедии, то они были убеждены в том, что если просветить людей, то есть обучить чему-то, причём обучить чему-то безотносительно старым формам обучения, школьным, то тогда у нас появятся люди, которые имеют современное знание, незагруженные схоластикой, и они будут иметь достаточный набор свободных умений. То есть наступит век разума, и будут прочие подобные благоденствия. До энциклопедий были суммы. "Суммы теологии", например. Это большая система знаний, не совсем научная, хотя в те времена относилась к научной, поскольку наука, она связана с учёными, а учёные, это те, кого научили, те, кто учился и научился или их научили. Неучёные с этой системой знания, которая собрана в сумме, они, очевидно, не знакомы.

В значительной мере наука вышла из обучения. То есть сначала школы, потом университеты, а затем научные академии. Последние тоже проект Нового времени. Хотя и началось всё несколько ранее, но принципиально они связаны с развитием в

Новом времени, с экспериментальным методом, с опорой на некоторую данность мира, а не данность, установленную авторитетом. Авторитетность собственного взгляда, понимания, можно сказать, что некоторая индивидуализация субъекта. То есть возникает авторство. Академии стали рационально разрабатывать исследования.

Проект "Дома Соломона" Бэкона, считается прообразом академии, но он всё еще недостаточно оформлен, как институциональный проект. Этот проект оформил Ян Амос Каменский, который, как известно, ещё и великий педагог, создававший различную дидактику. Он как раз и сочинял многие энциклопедические учебные курсы. Именно его курсы легли в последующую основу энциклопедий. Это 17 век.

В это же время, выделяются такие вещи, как исследовательские направления. Возникают разные основания этих направлений, более-менее теоретические. Происходит теоретизация, возникают, в частности, научные дисциплины. То есть первоначально, после Средневековья и Возрождения, освобождение исследований от церковной структуры, которая предполагалась в теологии, была связана с разного рода историями. То есть есть божественная история и её теоретизация — теология, и есть, естественная история, которая тоже примерно делится на историю политическую и историческую, которую называли моралью, моральные науки.

Возникают: философия природы, философия морали. Ньютон как раз занимался философией природы. Создал образец, парадигму.

Университеты достаточно живо откликнулись на новые веяния и, в общем-то, стали готовить кадры исследователей. Интересный момент: учёное знание теоретическое, но здесь потребовалась и некоторая эмпирия, эксперименты. Происходила переориентация направлений обучения на основе появления новых знаний. Они, с одной стороны, появляются на основе опыта, а с другой, они прибавляются к последующим, изменяя их теоретически. Это сложный процесс, многонаправленный.

Возникают научные дисциплины. Изначально два направления: моральное и натурное (естественное, природное). В моральное входит: история, политология. Моральные суждения, которые широко распространены, они предназначены, в первую очередь, для властителей, то есть предполагалось руководить людьми, учитывая то, что имеется образец. Примеры: моральный, авторитет, моральное принуждение. Естественные науки, которые существенно наследуют магическим практикам (алхимия, астрология, та медицина), всё это создаёт более сложную, чем средневековая, структуру создания знаний, и эта структура включает в себя экспериментальные основания, действия.

Но, как я уже говорил, современные науки не показывают систематического единства, именно теоретического. Тем не менее, какое-то единство присутствует. И

можно полагать, что разного рода научные направления исследований, и превращение их в дисциплинарные структуры, на основе наличия: научной дисциплины, то есть есть дисциплина, которую преподают, и есть дисциплина, которой подчиняется направление исследований. У химиков свои требования к тому, как что-то проводить, у физики свои. Например, физикам необязательно тщательно мыть руки после экспериментов, а химикам обязательно. Изменение этоса, габитуса, инкорпорированная система знаний, разводит их. Есть, конечно, те, кто соединяет их более-менее успешно, но так вот разводится, по факту. И вся эта сложная система сейчас достигла некоторой чёткой структурной формы, которую можно назвать раздел науки.

Концепция раздела науки излагается мной на основе модификации Липкина Аркадия Исааковича, теоретического физика по профессии, перешедшего в область философии и преподавания. И глядя на то, как работает наука, он выдвинул идею разделов науки. Разделы науки, с одной стороны, достаточно хорошо внутри себя сконцентрированы, с другой стороны, они постоянно дают ростки в междисциплинарные области. То есть здесь есть и дифференциация и интеграция.

Сейчас нарисую приблизительную схему строения раздела науки. Часть её, верхняя теоретическая часть, то, что предложил Липкин, ну а я нарисую более сложную картину, которая будет касаться не только чисто теоретического воспроизводства научного знания, но и воспроизводства вообще.

Наука — это некоторая выделенная деятельность. Это выделение научной деятельности обозначим (схема 11).

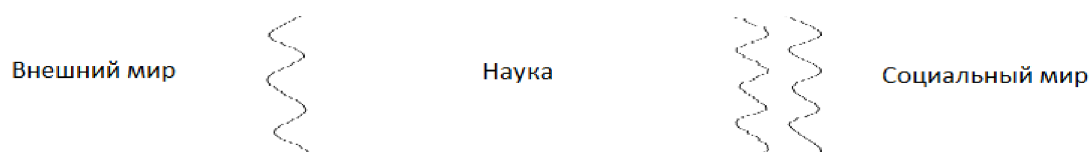


Схема 11.

Есть как бы граница, обозначенная у нас волнистой линией, подразумевающей, что она не очень точная, показывающая, что есть внешний мир, и есть наука. То есть для науки есть что-то внешнее. Конечно, есть науки о науке, но тогда у нас получается, что сама наука, это внешний мир, а наукоучение, это наука.

Внешнее, это то, что наука познаёт. С другой стороны, есть другая линия, деление которой обозначим двойной волнистой линией. Это нечёткое, неточное выделение науки из социального мира. То есть наука не рождает детей. Чтобы воспроизводить науку нужны учёные, но дети рождаются за пределами науки. А наука, сама по себе, не строит зданий, в значительной мере. Для учёных строят университеты, лаборатории и так далее, они туда приходят, обживают их и прочее. Наука деньги не

печатает. Чтобы существовать, учёному надо как-то жить. Вот обеспечение хозяйственное, экономическое, за пределами науки.

Экономика науки, это особая сфера рискованного хозяйствования. То есть учёные нечто создают, например, экспериментальные установки, затем их начинают продавать, затем их начинают выпускать в промышленных масштабах и уже нет смысла учёным самим это делать. Также есть внутренне производство, например, химических реактивов для опытов химиков. Но потом возникает химическая промышленность, которая, в частности, обеспечивает науку. То есть части этого внутреннего производства выбиваются за пределы собственно науки, выходят в мир. Можно считать, что это основа для тенденции, намечающейся сейчас, что наука превращается в технонауку, или уже создана технонаука. Но соединение техники, технологий и исследований, это очень значимая тенденция 20, и даже частично 19 веков.

Что мы имеем за пределами науки со стороны мира, который наука изучает?

Здесь мы имеем сложную вещь, которую мы можем назвать феноменом ("облачко" на схеме 12), то есть данностью. Феномены, сами по себе, в состав науки не входят. Наука связана с производством и воспроизводством знаний, соответственно, в науку входит представление феноменов, репрезентация. Нарисуем стрелку (схема 12).

Нижний уровень науки, ещё не вполне научный, но уже какое-то представление есть. И здесь нечёткая сфера вхождения этого феномена в сферу представления, когда что-то известно, но известно оно в связи с интерпретациями ненаучными, в первую очередь. Например: одна из лучших книг, по моему, которая описывает науку, как она существует, некоторую реальную науку, это книга Людвиг Флека "Возникновение и развитие научного факта". Она касается микробиологии, но со стороны медицины. Она посвящена истории возникновения научного медицинского понятия сифилиса. Сифилис — это венерическая болезнь. Если смотреть на разного рода болезни, то была и ещё есть такая точка зрения, что болезнь есть наказание со стороны Господа по отношению к тем, кто не выполняет какие-то заповеди. Сифилис, это некоторое очевидное нарушение заповедей, касающихся отношений между мужчинами и женщинами, и соответственно, это кара Божья и не болезнь, как таковая. Не в сфере медицины. Люди полагались на Бога, но и сами пытались лечиться. Сифилис пытались лечить разными способами. В конце 19 века во Франции и Германии была развитая наука, развивались и медицинские науки и возникает некоторое соперничество, какая страна силой своего научного гения откроет тайну этого заболевания и избавит человечество от мучений. Было государственное финансирование обеих сторон, но в итоге выиграли немцы — "реакция Вассермана", которая позволяет провести диагностику. Так вот, некие феномены, относящиеся к этой болезни, они известны довольно давно, но вот когда эта болезнь связана с теологическими разными интерпретациями, то это не сфера научного действия.

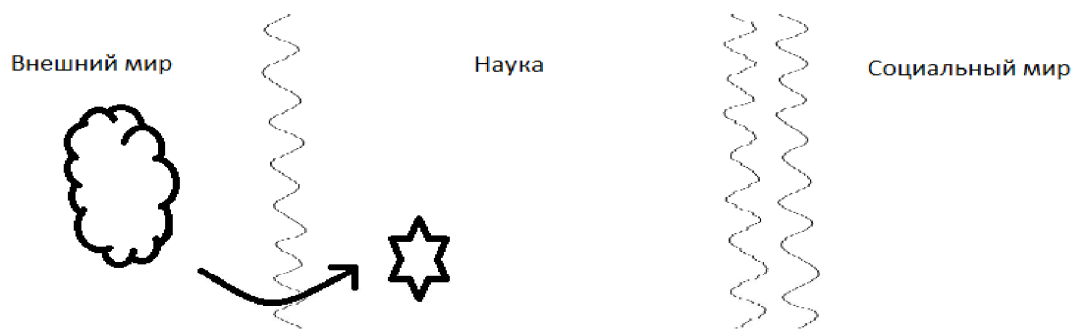


Схема 12.

Так вот, есть некоторые первоначальные представления, связанные структурно с феноменом, которые начинают осваиваться наукой (звёздочка на схеме 12). Для науки существенно представление о собственном определении какого-нибудь объекта. Вот есть живой организм и он от других организмов отличается. Наука организмы классифицирует. То есть она переводит некоторые народные, повседневные, более-менее примитивные представления в разряд представлений более чётко различающиеся.

Как развивалась наука Нового времени? Сначала прошли по европейским землям, потом и по остальным, географические экспедиции. Ну, они названы географическими, хотя география была известна. Эти экспедиции исследовали животный мир, растительный, водный, геологический, в общем, собирали некоторый полный комплекс сведений, вплоть до антропологических, какие народы, где живут и чем отличаются. Широчайший спектр собираемых сведений. Это было некоторое первоначальное собрание того, что есть. Собрание типичных экземпляров. То есть, есть некоторый набор феноменов и выделяются типичные представители, относящиеся к этим феноменам (прямоугольники на схеме 13). С одной стороны, здесь классификация. Это сложная вещь, поскольку для того, чтобы различить что-то типично, надо дать различающиеся термины. То есть появляется терминология.

Термин даётся не просто так. Первоначально, термин тесно связан с некоторым типом феномена. Здесь важен тип объекта. Например, типичные образцы камней в геологии или, с животными, чучела и анатомические атласы. Тут также есть необходимость иметь некоторые средства консервации объекта, но для этого надо знать, как он устроен, а для этого нужно иметь средства препарирования объекта. Препарирование, это, вообще-то, подготовка. У нас имеются некоторые средства (ромбы на схеме 13). Они многогранны, допустим, линейка, как артефакт в чистом виде. Мы произвольно приняли некоторую систему мер. Это всё воплощается в зафиксированных мерах и становится основой. Всё это соотносится, как, допустим, килограмм, это кубический дециметр воды. То есть здесь фиксация со стороны практики, прежде всего государственной. Для государств крайне важно измерять и

подсчитывать то, чем оно владеет. И, соответственно, когда эта система мер, ещё не совершенная, попадает в науку, она превращает их в достаточно точные артефакты. Измерительные средства, приборы и так далее. Тем самым, получается возможность точно определять параметры феноменов. То есть есть феномены, которые первоначально имеют место как таковые, они оказываются уже названными, измеренными.

Данность здесь, это сложный ключевой концепт. Например, изобрели микроскоп, и вот вам данность микромира, открыта новая феноменальная область. На основе чего? На основе техники. То есть мы так научились собирать эти стёкла, что вот если их немного подкрутить, мы получаем увеличение. Первоначально, это всё чистое искусство, но, появляется оптика теоретическая, и там появляется обоснование почему, почему, если у нас есть такие типы линз на таком-то расстоянии, они дают такое-то увеличение или уменьшение. Также телескопы, которые сильно расширили феноменальную область, с которыми радикально была изменена картина неба. Но эта картина была получена с помощью артефактов и сама по себе является артефактом.

И сложный вопрос о том, как интерпретировать эти артефакты, нет ли за ними каких-то чисто создаваемых нашими средствами феноменов? Не являются ли наблюдаемые феномены чисто нами созданными, и не исчезают ли они как класс, когда мы прекращаем наблюдение? Есть ещё такой момент, что к неявным феноменам мы же тоже не имеем явного доступа. Как, например, получить явный доступ к электричеству? Собственно, что это за феномен? Каким чувством вы чувствуете электричество? Здесь явно не хватает феноменальности по отношению к электричеству. Ну, ударило что-то от шерстяного одеяла, а что это было? То же самое по отношению к силе тяжести. Мы понимаем, что если прыгнуть, то упадёшь. Мы не задумываемся над тем, что ходьба это контролируемое падение. Здесь созданный нами момент, что мы ходим, а не падаем. Ещё, что значит нами? Мы должны быть в подходящем состоянии, ведь если напиться, то ходить не особо получается.

Ещё раз, что происходит на этом начальном уровне?

Выделяются некоторые типы объектов. Можно считать это первой логической операцией. Одноместной. Мы создаём некоторый тип объекта и его называем, переводим его в план доступности для дальнейших логических операций. Следующая логическая операция уже двуместная, это классификация. Мы выделили разные объекты и делим их по разным классам, изменяя глубину классификации, сложность и иные параметры.

Рассуждать логически об этих объектах можно, но эти рассуждения какие? Декарт, хоть и гениальный человек, но то, что он говорит о кровообращении и сердце в "Рассуждениях о методе", это рассуждения, которые просто не подтверждаются экспериментально. Момент это интересный, учитывая, что Декарт проводил сам

анатомические опыты, но эти его умственные соображения оказались абсолютно лежащими в стороне от того, что научно установлено.

То есть есть такая двойная тяга: с одной стороны, к логизации, систематизации, упорядочиванию снизу, с другой стороны, движение от разума, теории. Но хорошо бы это не просо назвать, классифицировать, но ещё и понять. Здесь у нас появляется что? Феномен, установленный научными средствами. Он перемещается в некоторую форму, которую можно назвать абстракцией. И вместо феномена у нас получается вот такая сложная вещь (объект над стрелочкой над звёздочкой на схеме 13). Дальше, у нас происходит идеализация (треугольник в кружочке на схеме 12).

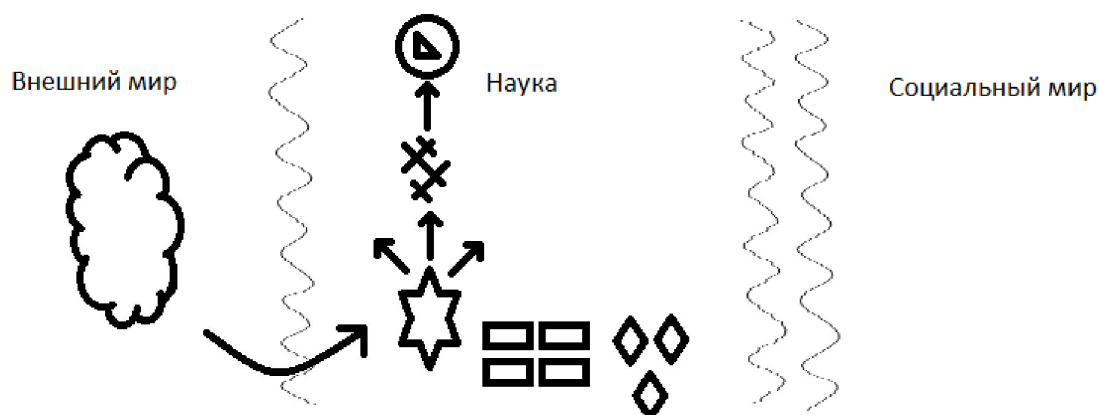


Схема 13.

Я уже говорил, что абстракция, это редукция структуры. То есть когда мы выделяем некоторый тип, это уже структуризация. Эта структуризация содержит много типичных, но конкретизирующих объект определений. А когда мы переходим к абстракции, остаётся то, что существенно. Например: клетки прокариоты и эукариоты, которые разделяют по наличию ядра. Но насколько существенно наличие ядра? Изначально, это не понятно. Когда мы начинаем исследовать клетку, то в ней выделяется огромное множество органелл, они, будучи выделены специальными средствами, составляют некоторые новые типы объектов. Для задач одного типа, которые решаются, важно, допустим, взаимодействие ядра и цитоплазмы, а для других, допустим, митохондрии. Мы в научную модель включаем разные из этих структур. Можно сказать, что у нас происходит размножение этих абстракций (стрелочки над звёздочкой в схеме 13), при этом они являются структурами феномена, который может быть воспроизведён научными средствами. Например: тяжёлая вода. Она почти не встречается естественно. Её создают, она реализованный научными средствами феномен, артефакт, но, в тоже время, именно реализованный. И, соответственно, разные структуры могут быть с ней теоретически связаны.

Вот это развитие до уровня абстракций является некоторым преддверием чистой науки. Анализируя историю науки, можно сказать, что действительная история науки, чистая наука, начинается с того, что в ней возникает некоторый собственный, идеализированный объект. Физика Ньютона невозможна без материальной точки. Точка — это то, в чём нет частей. У точки нет размеров, но масса есть. Более того, в физике есть модель не просто материальной точки, но и, допустим, вращающейся материальной точки. Вот нет таких вещей в реальном мире, но в науке они есть, более того, они необходимы и без представлений о той же материальной точке, ньютоновской динамики нет. У Декарта нет представления о физической точке, поскольку он отрицал наличие свойств у пустоты. На этом основании он говорил, что материальные тела протяжённые. Собственно, протяжение, это способ существования материальных тел, субстанций у него. Точка не протяжённа, поэтому понятие материальной точки в физике Декарта невозможно.

Базисные идеализированные объекты.

Липкин называл указанные нами идеализированные объекты первичными идеализированными объектами. У него были первичные и вторичные идеализированные объекты. Первичные — это базовые понятия какого-либо раздела науки. Например: понятие поля. Оно базовое понятие некоторых разделов. Так в термодинамике нет поля, там другие конструкты, нет её и в физике Ньютона. Вторичные — это некоторые конструкции из первичных объектов, которые являются базовыми моделями.

Что такое базовая модель?

На науку можно смотреть с чисто теоретической точки зрения, что у нас есть некоторая система знаний, полная, связанная, касающаяся чего-то. Например: динамики. Есть динамика сплошной среды. Какие мы знаем сплошные среды? Жидкости и газы. Есть гидродинамика и аэродинамика. Но теоретически уравнения общие, это общие уравнения сплошной среды. Но модели гидродинамики неприменимы в аэродинамике и наоборот. Задачи гидродинамики не решаются с помощью разработанной в аэродинамике средств. О чём это говорит? О том, что когда создаются какие-либо разделы науки, они создаются, в частности, для того, чтобы решать какой-то спектр задач, и этот момент неклассический в понимании теории. Не бывает теории, которая не решает хоть какую-нибудь задачу. Вторичные идеальные объекты — это схемы, состоящие из первичных идеальных объектов, которые решают какие-то задачи, в рамках данного раздела науки.

Но это была концепция Липкина. На мой взгляд, правильно говорить не про первичные и вторичные идеальные объекты, а про базисные идеализированные объекты. Почему вместо идеальных идеализированные? Потому что абстракции тоже идеальные объекты. В случае идеализированного объекта, мы увеличиваем степень этой идеализации таким образом, что этот идеализированный объект оказывается

нереализуемым. То есть он существует в теории, с его помощью решаются некоторые задачи, но реализовать его нельзя. Пример: вакуум, ибо полного вакуума достичь нельзя. Реализовать идеализированный объект нельзя, но вот приблизиться к реализации можно. На этом, во многом, находится основание науки и создания теорий. Идеализированные объекты проще, чем реальные. С ними теоретически легче работать.

Здесь получается что-то похожее на метод Бэкона. Мы, исходя из некоторых данных, создаём всё более абстрактные объекты. При этом по его методологии, создание более общего абстрактного объекта связано с тем, что этот объект является более общим, потому что он относится к более общему кругу феноменов. Это означает, что такой абстрактный объект подсказывает нам такие опыты, которые будут работать с феноменами, с которыми мы до сих пор не работали. Таким образом, **поднимаясь до идеализированных объектов, мы получаем что?** С одной стороны, **мы предельно расширяем тот круг феноменов и реальных объектов, с которыми может работать теория, потому что она позволяет получить достаточно хорошее приближение к реализации этих объектов.** С другой стороны, **идеализированные объекты замыкают некоторый набор феноменальных данностей.** Это, в точном смысле слова, идеи Канта. То есть некоторые обобщения, которые выходят за границы любого возможного опыта. Собственно, теоретическая наука появляется тогда, когда у неё появляется собственный идеализированный объект.

Любая теория решает хоть какую-нибудь задачу. Эти задачи могут быть совершенно простыми.

Схема движение знания в науке.

Типичная схема движение знания в науке, имеющей теоретический слой. Вот я нарисовал что-то эмпирическое или квазиэмпирическое, набор феноменов. Создание некоторых средств превращает то, что не было чистым научным феноменом в чистый научный феномен. Допустим, колориметры превращают теплоту в научный феномен, позволяя различать теплоту. Надо сказать, что все эти средства измерения — средства нижнего уровня. Это, в том числе, и разные не только инструменты, но и лабораторные установки. Они уже не являются в чистом виде измерительными, они искусственно создают некоторый фрагмент реальности. Но этот фрагмент реальности, искусственно созданный, с одной стороны, реализует те или иные условия теоретического идеального слоя, с другой, это всё-таки реализовано.

Есть иллюзия, что методы, которыми мы работаем, определяют предмет, с которым мы работаем и, соответственно, они определяют и результаты, которые мы получим. Но здесь, я бы сказал, что природа покажет нам «фигу». То есть вы можете создать хорошую модель эксперимента, реализовать её, и вы не получите какого-либо результата. Это характерно, в частности, для биологии. Есть у биологов такое мнение, что: "чем биология отличается от других естественных наук? Тем, что в ней можно

подтвердить любую гипотезу". Несколько иначе об этом говорят экспериментаторы. Когда вы создаёте некоторый эксперимент и пускаете туда да даже улиток, улитки ведут себя как хотят. То есть выделить некоторую чистую линию воздействия на объект, стимул-реакцию, крайне сложно. И, поскольку, живые объекты содержат очень много уровней в себе и много сложного на этих уровнях, то однозначно выявить какие-либо закономерности крайне сложно. Физики научились как-то с неопределённостью жить и бороться за счёт статистических методов.

Модельный идеализированный объект.

Когда у нас есть базовые идеализированные объекты, то как, с помощью этих объектов, решать задачи? Здесь то, что Липкин называл вторичными идеализированными объектами, но лучше назвать модельными идеализированными объектами. То есть идеализированные объекты, относящиеся к некоторой модели.

Как строятся движения познания, учитывая, что МИО, это конструкции из БИО и, соответственно, в состав входят не просто идеализированные объекты, а некоторые схемы из этих объектов, что является некоторым дополнительным уровнем, метаяуровнем?

Как устроен такой модельный идеализированный объект?

Он непосредственно представляет собой, если брать физику, некоторое состояние системы. Когда мы говорим о других науках, там тоже распространено системное представление. Можно было бы ограничиться и структурой, но решение задачи, в связи со структурой, предполагает некоторые формы цельности, выходящие за чисто структурные. А структуры, напоминая, не обязаны быть связны. Соответственно, если есть система, то что мы можем относительно системы в качестве задачи рассмотреть? То, как связаны разные состояния системы. То есть у нас сама по себе система, это определённая задача. Например: кристаллография. Она насквозь математизирована. В принципе, основные типы кристаллов были описаны ещё в 19 веке. В 20 к ним добавили псевдокристаллы. Были биологи, которые исследовали, как устроены группы рыб, моллюсков. И они обнаружили некоторую схожесть этих групп со сложной симметрией. Они посылали статьи в журналы, их не брали, ибо все устойчивые кристаллы известны. Биологи взяли себе в помощь математиков, они стали рассчитывать группы высших порядков и оказалось, что да, действительно есть устойчивые комбинации симметрии, которые являются симметриями высшего порядка, смешанными. После того, как этот результат был получен в математике, соответственно, и биологи заявили, что они нашли реализацию нового открытия.

Вот есть некоторые МИО, это уже определённая система. Здесь есть некоторое состояние системы (Sa). Это состояние системы формально, оно требует полного описания. То есть когда мы знаем, какое есть состояние у системы, мы полностью описали её в какой-то момент. Далее, происходит преобразование, и состояние системы

преобразуется в некоторую математическую форму ($F(S)$). Затем, происходит математическое преобразование $F_1(S)$. Как преобразуется? Согласно законам движения системы. Важно, что на этом уровне работает чистая математика, чистое математическое преобразование. Что значит математическое? Есть некоторая математическая формализация движения, уравнения движения и т.д. Затем происходит переход к некоторому состоянию системы, производному, S_a' (схема 14).

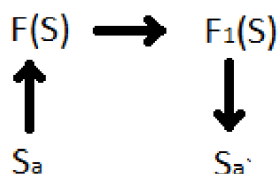


Схема 14.

Как это связано с наукой, кроме математики?

Так, что здесь имеется оператор, который Липкин обозначал как $\langle \text{Пр} |$ — приготовление объекта. То есть мы, если имеем какую-то экспериментальную науку, должны уметь готовить объект, то есть помещать его в те идеальные, идеализированные условия, которые требуются. Заметим, что эта схема, она, в принципе, многоуровневая. То есть для развитого раздела науки уже такие объекты будут объектами эмпирически интерпретируемыми, связанными с более общими идеализированными объектами. То есть в развитом разделе науки есть такая иерархия идеализаций. Даже в мысленном эксперименте приготавливается некоторое состояние системы, как объекта, затем происходит его перевод в некоторую форму, связанную с уравнениями движения системы. Они переводят в другое состояние объект, и мы переходим к новому состоянию. Каким образом? Липкин говорит, что здесь есть другой оператор, измерения — $| \text{И} \rangle$. То есть начинается с приготовления объекта, с него начинается движение мысли, решающей задачу, далее идёт формализация, формальное преобразование, затем обратная интерпретация, измерение. При этом могут быть несовместимые результаты. Но, даже в этом случае может быть реализация, как в случае эксперимента Эйнштейна-Подольского-Розена.

Мы рассмотрели как устроен раздел науки, как устроены движения знания внутри.

Лекция 8.

Ещё несколько слов о смысловой структуре, сопровождающей эпистемологические вопросы.

Мной уже говорилось, что имеются в основании некоторые типы непосредственно материально реализованных объектов. С ними, по большей части, работают экспериментаторы. Когда есть какая-то предметная область, то в ней довольно отчётливо проявляется различие теоретиков и экспериментаторов. В следующие слои, которые от феноменов и их первоначального типичного представления восходят к некоторым абстракциям (ромб, поделённый внутри на схеме 15), и далее к идеализированным объектам (квадрат, вписанный в круг на схеме 15). В принципе, базисные идеализированные объекты в той или иной степени близки всем людям, которые в данной науке работают. Допустим, экспериментаторы реализуют опытные приближения к этим объектам, теоретики непосредственно их разрабатывают, создают различные концептуальные системы. То есть эти объекты есть то, что создаёт теоретическую, собственную основу науки.

Предметный смысл.

Наука не самостоятельна, пока в ней нет собственных идеализированных объектов. Если нет собственных, она, как правило, заимствует их у других наук, но, как показывает практика, предметные области разных наук не слишком хорошо совмещаются. То, что в действительности совмещается, как бы так считается, физика, химия, биология, как совмещающиеся вокруг нас. И вроде это так, и примеры есть. Но, вот взять и непосредственно перейти от физической схемы к химической и/или биологической не получается. Некоторым посредником здесь служит математика, но некоторая intersubъективная структура, которая воспроизводится именно в данной предметной области, она оказывается неотменимой. Это выражается в том, что существуют некоторые предметные смыслы. Предметные области выделяются, в том числе, в связи с предметными смыслами. И это очень хорошо можно проследить. (схема 15).

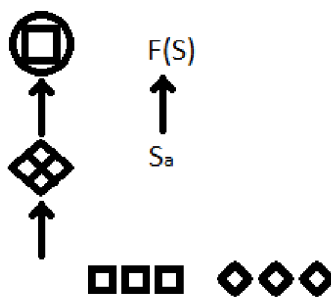


Схема 15.

У нас есть уровень модели S_a — модельный идеализированный объект, некоторая схема теоретическая, которая несёт собственный предметный смысл, данного раздела науки. И, когда у нас есть переход к математическому выражению $F(S)$, то переход этот связан с формализацией. Она абстрагируется от содержания, и некоторый собственный предметный смысл может потеряться.

Как проявляется требование предметного смысла?

В любой науке повседневность развития заключается в том, что разные формальные модели в неё проникают (математизация науки сейчас неизбежная тенденция, правда, отдельный вопрос, что такое математика и математизация, но это позже). И вот, кто-то создал систему уравнений, у него спрашивают: "какой физический смысл?". То есть как интерпретировать эту формальную систему на предметной области физики, экономики т.д.? Люди, которые работают в предметной области, они чувствуют этот смысл. Им пытаются объяснить предметный смысл. Сам по себе он не жёстко фиксирован, он воспроизводится, хотя что-то меняется, что-то не воспроизводится. Допустим, постоянно воспроизводятся попытки разных физиков вернуться к представлению об эфире. Эфир — это некая среда, в которой проходит нечто, это не вакуум. Другое дело, что эти попытки как бы не оказывают сильное влияние на мейнстрим физический, то есть то, чем занимается большинство физиков. Но люди убеждены, что физический смысл должен быть связан с некоторой средой, в которой происходит возмущение, пытаются так или иначе эти представления реализовать, в том числе, иногда, с помощью сложной математики, как в теории суперструн или бран. Иногда же просто требуют отказаться от математики, которая не соответствует физике, и пытаются построить новую математику, которая была бы физически осмысленна. Есть такие попытки.

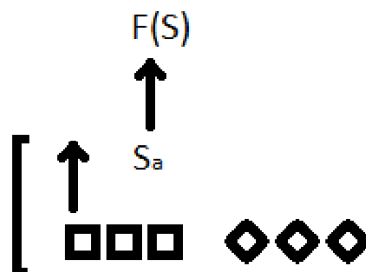


Схема 16.

Где-то здесь присутствует этот предметный смысл (квадратная скобка на схеме 16), воспроизводится и на него оказывается влияние в связи с созданием новых артефактов, новых реализуемых, контролируемых природных ситуаций, в том числе, новые средства, приборы и т.д. С другой стороны, когда у нас проходит преобразование и мы получаем нечто новое. Это математически реализованное

преобразование (схема 17), бывает нельзя естественным образом интерпретировать, основываясь на базовом предметном смысле, и там возникают разные ситуации, наподобие того, что у нас есть множество интерпретаций квантовой механики.

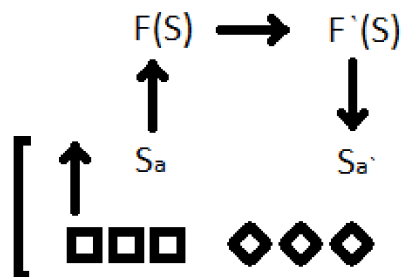


Схема 17.

То есть квантовая механика, как некоторый формализм, прекрасно разработана, но как интерпретировать результаты применения этого формализма? Ну, у нас есть 11 основных интерпретаций.

То, что есть предметный смысл, с этим, действующие учёные согласны, за исключением некоторых (редукционистов, никто из которых не смог явно и очевидно свести всё к физическому смыслу и формалистов логического типа). Проблема в том, что сама фиксация предметного смысла, его анализ, это нерешённая проблема, ни в философии, ни в конкретных науках.

В самой философии тоже нет разработанных, общепризнанных концепций того, что такое смысл. Есть разные работы типа "логики смысла". Делёз, Смирнов писали про смысл истины и прочее, но проблема смысла достаточно сложна, и я бы сказал, что убедительного рабочего решения она не имеет.

Семиотические основания научных моделей.

Семиотика — наука о знаках и знаковых системах.

Что такое знак?

Можно использовать определение, данное Августином и разработанное в Средние века. **Знак — это некий материальный объект, который представляет или замещает другой объект.** Другой объект не обязательно материальный. Допустим, такой естественный знак как "и". «А и Б сидели на трубе». Некоторый смысл этой задачи заключается в том, что "и" нечто, обозначающее связь чего-то, некоторого типа. Допустим, классически считается, что А и Б тоже самое, что Б и А. Но, опять классический пример: неэквивалентны выражения "Мэри родила ребёнка и вышла замуж" и "Мэри вышла замуж и родила ребёнка". То есть естественный язык устроен немного не так.

Знаки замещают что-то. **Знаки это то, что реализует ситуацию представления.** Но, когда говорят о представлении, есть развилка, потому что, представление можно понимать в психологическом смысле, и тогда те представления, которые есть у человека, мы их не очень склонны воспринимать как знаки чего-то. Можно, конечно, объявить, что это знаки тоже, но, если посмотреть на дело с другой стороны, по философски, вполне возможно, что некоторая действительная реальность, она в человеке. Тогда эти представления оказываются уже имеющими другой онтологический статус и нельзя сказать, что они замещают что-то, представлениями чего они являются.

Знак, это нечто представляющее, замещающее в актуальном рассмотрении, в актуальной онтологии. Знак существует в ситуации семиозиса. То есть **что-то выступает как знак тогда, когда есть отсылка от чего-то к чему-то.** Допустим: камень упал, на земле остался след. Для экосистемы это изменение рельефа не имеет знакового смысла. Просто изменение. Но для кого-то, кто на это смотрел, это будет знаком того, что здесь что-то произошло. Это уже очевидно приданная структура этой ситуации. Или, ещё: вопрос о том, существуют ли звуки, когда их никто не слышит? Здесь надо различать ситуацию наличия материального объекта и ситуацию соотнесения с чем-то. Есть материальный объект, есть звук, распространяющийся в воздухе. То, что это звук от того, что треснула ветка, или гром прогремел, это некоторая последовательность физических действий, то есть ветка вполне физически сломалась, она в среде сломалась, поэтому произошло колебание среды, а сломалась бы она в вакууме, не было бы никакого звукового колебания.

Если нет соотнесения с чем-то, то знака, собственно, нет. Причём, это соотнесение должно быть деятельным.

Некоторая классика развития семиотики заключалась в том, что изначально предполагалось, что ситуация семиозиса универсальная. Скажем, что в религиозной концепции Бог создал, и то, что есть, это знаки творения. Некоторая версия этой, по сути семиотической концепции, это утверждение, что: "книга природы написана на языке математики". Ну, язык — это знаковая система, значит, книга природы некоторыми математическими структурами даёт нам знать о значениях, смыслах того, что там, в природе происходит. Это элемент, изначально входивший в математическую идеологию.

Изначальные семиотические конструкции некоторым наивным образом связывались с субъектом. Вообще-то, зачатки семиотики есть в античности, но современную семиотику создал Чарльз Сандерс Пирс, это конец 19, начало 20 века. Он создал и название. У него многие работы остались незавершёнными, но он говорил о семиотике, о фанероскопии (альтернативный вариант феноменологии, название переводится как "усматривание очевидного"). Пирс интересный автор. Он выдвинул тезис: "наука должна изъясняться непонятно, для того, чтобы у тех, кто не знает, не

было ощущения, что они знают". Пирс писал свои работы в некотором соответствии с этим тезисом. Читать его довольно сложное занятие. Тем не менее, он развивал семиотику как концепцию того, что у нас есть знак, некоторое значение. Примерно в это же время некоторые основы логической семиотики, логической семантики были заложены Фреге. Семантический треугольник, например, тоже его. Этот треугольник, у которого вершинами являются знак, значение, смысл.

Пирс, рассматривая семиотическую ситуацию, выделял в её составе 4 компоненты: не только знак, значение, смысл, но и интерпретанта. Что это такое, философы спорят, но в одном месте Пирс говорит, что это след восприятия знака в душе человека. То есть, есть знак; вне человека, вне его души, есть этот след, без которого ситуация семиозиса неполна.

Восприятие знаков.

Вопрос, как мы знаки воспринимаем?

Пирс пошёл по пути "подобное познаётся подобным". Он попытался классифицировать знаки по тому, какими способами, на что они похожи.

У него разные классификации. Пирс считается одним из основоположников прагматизма, а он, в свою очередь, имел много черт естественно научного материализма. В частности, когда здесь речь идёт о душе, это психология в некотором естественном понимании. В психологии было такое направление, как бихевиоризм, которое отрицало самостоятельность внутренних состояний человека, а пыталось доказать их жёсткую связь с внешними стимулами, стимул-реакция. Был бихевиорист Чарльз Моррис, который очень близко воспринял семиотику Пирса, и излагал её в более простом виде, взяв простейшую схему Пирса. С тех пор, когда изучают семиотику, изучают, что знаки бывают: иконические, символические и индексальные. От слов: икона, символ и индекс.

Иконический знак, это тот, который **похож на то, что он изображает**. Примерами таких знаков приводятся примеры звукоподражания: "жужжать", если брать основное значение. Фотография, похожа на то, что представляет. Чертёж. Здесь я бы сразу сказал возражение корректности примера. Фотография, картина, её можно воспринимать как знак, но, вообще-то, она является моделью, то есть воспроизводством структуры чего-то на некотором множестве. Чертёж, в общем-то, тоже. У них может быть знаковая функция, но когда инженер использует чертёж, то это не знак, а средство, позволяющее нечто реализовать. Хотя знаки нам тоже помогают что-то реализовывать, но в примере, это именно инструментальное средство. Хотя и здесь философская развилка. Есть знаки, которые мы воспринимаем именно как знаки, например, человеческая речь. Она что-то означает? Это некоторая линия, которая поддерживалась всей историей философии. Как известно, философы боролись с софистами. Цель софиста не в том, чтобы обозначить нечто, а чтобы правдами и

неправдами, но убедить кого-то в чём-то. То есть это чисто инструментальная цель. Инструментальный подход к указанным проблемам возродился у Ницше. Но, длительное время западная мысль придерживалась содержательного истолкования речи как знаковой структуры. Притом, что разного рода императивы являлись как раз, структурой прямого действия. И сама речь тоже неоднородна в этом смысле.

Второй тип — **символический знак**. Его определение, что: он **не похож на то, что он изображает**. Слово "стол" не похоже на стол. С логической точки зрения, это классификация, к которой ничего нельзя добавить. То есть знак либо похож, либо не похож.

Что ещё может быть?

Оказывается, есть **индексы**, которые означают **приписывания знака значению по некоторым правилам**. Именно индексы, в перечислении, a,b,c; 1,2,3...

С логической точки зрения эта классификация не выдерживает никакой критики, но бихевиористам было всё равно. А то, что эта точка зрения хорошо соотносилась со структурными теориями языка, ну, формально это можно рассматривать. Хотя в языкознании вопрос о символах и символических значениях, он, с одной стороны, развивался, отрываясь от классической предшествующей традиции (в которой символ, это особый тип значения, особый тип истолкования, подразделяющиеся на истолкования: буквальные, символические, моральные. Это из Библии, точнее экзегезы). С другой, когда филология стала отделять от теологического основания, постарались её упростить, но она была принята, и как укоренившийся предрассудок вошла в типичное обучение. Нельзя сказать, что многие не понимали, что это непорядок.

Кассирер, который написал «Философию символических форм», где развил семиотическую теорию, но, в целом, эта теория так и осталась философской. Есть попытки её развернуть в филологическом аспекте, но это не стало мейнстримом. Ещё попробовал Умберто Эко, который, рассматривая семиотические системы и структуры, зафиксировал, что не наблюдается нужной логической строгости. У него есть ряд работ по семиотике («Отсутствующие структуры», в первую очередь). Третий, это Абрахам Соломоник. Дорабатывая Кассирера, он выстраивает пятиуровневую иерархию семиотических систем, вершиной которой является символическая система математики.

Это было некоторое введение в проблематику.

Я полагаю, что в семиотике надо рассматривать разные онтологические типы семиотических ситуаций. При этом эти онтологические типы семиотических ситуаций, они естественно актуальны, то есть реализуются актами и вне актов исчезают.

Онтологические типы семиотической ситуации:

- 1) **Сигнал** — ситуация, когда означаемое присутствует налично наряду с означающим. Пример: когда курица замечает силуэт коршуна, она танцует специальный танец, и цыплята, реагируя на него, разбегаются. Курица подаёт сигнал. Ещё: едет машина и гудит, подаёт сигнал, при том, что она есть в ситуации, когда этот сигнал есть. Она о себе «заявляет». Ещё: когда охотник берёт манок и крикает. Он подаёт утке сигнал, который она воспринимает как сигнал. Ситуация как бы сигнальная, но она выходит за эти пределы. Здесь мы находимся на грани ситуации сигнала и собственно знака.

Знак, это некоторое означающее, при том, что означаемое не обязательно налично присутствует. Все слова, по сути, таковы. Но, например, на Адаманских островах у местных племён, есть приспособления, в которых они могут переносить небольшие объекты (камень, раковины, колючки и т.д.), и, когда они говорят, они могут их вытащить и показать вместо слов. Это как бы промежуточный момент. Речь идёт о чём-то, что что-то представлено данным объектом, но имеется ввиду не сам этот объект, а что-то другое.

Эту ситуацию хорошо иллюстрирует сказка, общая для многих этносов. Сказка про пастуха, который кричал «волки». Крик «волки» воспринимался как сигнал, при этом кричащий пастух находится в знаковой ситуации, в которой объекта нет. Но, после некоторого выяснения отношений, начинает происходить некоторая трансформация в знаковой ситуации, происходящей в этой деревне. Он кричит, а все знают, что волков нет, это просто знак. Но сказка повествует, что когда-то он кричит, а волки есть. И, соответственно, наступает печальный итог. Но о чём здесь идёт речь, что в воспроизводстве знаковых ситуаций, начинает объективироваться?

Это соотношение между означающим и означаемым, так, что означающее начинает объективироваться относительно независимо от прямого указания. Это, вообще-то, психологический момент. Психологи выделяют в развитии младенца такой этап, когда младенец отрывается взглядом от матери, и как-то понимает, что то, что его окружает, это иное, что это не входит в его отношение с матерью, в этот некоторый прямой контакт. Некоторые психологи утверждают, что после рождения младенца мать с ребёнком не представляют двух, это один интегрированный субъект. Опять, это бывает не всегда, но мы берём более воспроизводящуюся ситуацию. Это мне представляется некоторой аналогией разрыва прямой, непосредственной связи означающего и означаемого, и становление самостоятельного означаемого. Здесь можно было бы считать, что некоторым индексом, сигналом, что это возникает, является ложь. Когда кто-то использует знак, не имея ввиду реализацию его значения, по крайней мере для себя.

Момент самостоятельности знака, это момент того, что значение может быть ещё и ложным или пустым. Здесь мы получаем свидетельство того, что

сфера представления иная по отношению к сферам бытия и истины. В представлении возможна ложь. Это к проблеме оправдания добра.

- 2) **Второй тип, когда у нас непосредственно налично обозначающее и обозначаемое, которое непосредственно налично может отсутствовать.** Спектр уровней и типов существования, которое может принимать обозначаемое (воображаемое, желаемое, ценное и прочее), в которых, например, как в ценном, происходит объективирование типов обозначаемых или типов отношений между означающим и означаемым в сфере ценностей. В аксиологии это видно, в частности.
- 3) **Символ — знак, который обозначает правила порождения значений.** Это несколько преобразованное выражение Кассирера. Пример: икона Богоматери. Те, кто не находится в символической ситуации, они считают, что это изображение женщины, которая родила младенца, которого зовут Иисус, женщину зовут Мария, в какой-то период жизни это их изображение. Как известно, единого образа Марии в принципе, нет. Ни о каком иконическом значении (в семиотическом смысле) здесь речи не идёт. Не могут все они быть похожи на эту женщину, учитывая, что есть и китайские, и африканские Девы Марии, у которых другие типы лица, выражений и т.д.. Но для верующего, с одной стороны, изображена Богоматерь, с другой стороны, есть многочисленные работы по семантике и семиотике иконы и там описание того, что верующий, когда он смотрит на икону, видит или чувствует покорность, она покорна своему предназначению; радость, за то что она принесла миру Спасителя; горе, в связи с тем, что она понимает, что Спаситель будет должен уйти и т.д. То есть некоторый набор этих значений и эмоций, которые, кстати, могут преобразовываться по-разному. Так, согрешившему может казаться, что икона грозно, осуждающе на него смотрит.

Это то, что создатели символических концепций называли "жизнь символа". Символ, имеет не одно единственное значения. Они у него порождаются. В качестве альтернативы, есть сатанисты, которые в Чёрной мессе используют иконы, но с совсем другим символическим значением.

Эта зависимость символического существования от некоторого актуального переживания, воспроизводства некоторой сферы этих переживаний, она, можно сказать, феноменологически очевидна. Мне кажется, что сказав «правила» в определении, я указал на некоторую структуру. Правила ведь отделяют правильное от неправильного и ведь тот, кто входит в символику, обязан порождать правильные значения.

Знаковые системы.

Теперь, о знаковых системах.

Знаковые системы можно понимать в двух смыслах: 1) общенаучный (в сфере связанной со знаками есть общая система, некоторая структура, инвариантная, которая

отлична от любого конкретного проявления. Она задаёт правила конкретных проявлений, существования этой знаковой системы, но любое конкретное проявление является только частичным; 2) возможно обратное понимание значения знаковой системы: у нас есть конкретный текст, который тоже является знаковой системой, который не исчерпывает всех возможностей языка, если это язык.

Два значения: одно в общем, абстрагированном смысле, и второе, как конкретная реализация.

Как устроены реализуемые знаковые системы?

Выделяются элементы, отношения, типы элементов и отношений, структуры, их преобразования. Преобразования, которые основывались на полном многообразии вариаций этих структур, – это методологическое требование классического структурализма: пока не будет описано всё многообразие вариаций, то у нас недостаточно материала для выявления структуры.

Структурализм связан, в первую очередь, с синхроническим подходом (как минимум потому, что описание структуралистское, базисно синхронное, хотя там рассматривается и диахрония тоже, но по факту это могут быть только реализации). Если рассмотреть действительные языки, то очень различаются стадии письменного и бесписьменного языка. Бесписьменные языки (полностью или частично), варьируются довольно быстро (Здесь встаёт вопрос о наличии глубинных структур, глубинной грамматики. Хомский предполагал, что они есть, это его предположение оказалось ложным. Точнее, не удалось выявить структуры глубинных грамматик, которые можно было бы реализовать машинно).

Есть языки, они меняются. Письменные меньше, но всё равно меняются. Например: слово «верный» в стихотворении Пушкина «К Чаадаеву». Сейчас мы его воспринимаем как «точно назначенный». Во времена Пушкина, это было слово из сочетания «верный друг». Есть верные друзья, свидания тоже могут быть верными. Не потому, что его назначили, а потому, что оно характеризуется чувствами людей, которые на свидание пришли. Прошло не так много времени, но сейчас уже это не понятно без специального указания.

Есть ещё проблема, выражающаяся в терминологической идеологии. Считается, что науки создают некоторую точную и неизменную систему терминов, которые позволяют отображать предмет. Ближе всего к науке, в которой не меняется терминосистема – математика. Но, если посмотреть современные реализации математических теорий, то они крайне далеко ушли от начальных структур и пониманий. Частичное структурное соответствие имеется. Например: единица. Что это? С одной стороны, это единица, как символ, с другой, это может просто один

камешек. А вот если мы берём матрицу, то это разве похоже на такой камешек? (схема 18).

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & & & \vdots \\ 0 & 0 & 1 & & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Схема 18.

Не очень, хотя это единица. А вообще, учтите, что эта штука (матрица) может быть бесконечной. Я о том, что преобразования в математике структурно сохраняют нечто, но если брать не математику, а любую развивающуюся науку, то есть закономерность, что в ней создаются терминологические ассоциации, общества, структуры, которые проводят конференции, съезды, конгрессы, и, примерно, через 3-4 года меняется состав терминосистемы, примерно раз в 10 лет меняется ряд принципов построения терминосистемы. То есть представление, что есть некоторая заданная терминосистема, и наука с ней работает, это миф, который лишь в некоторой степени близок реальности. Загляните в учебники разных дисциплин, например, биологии, начала 20 века и конца 20 века. Они кардинально отличаются, при том, что, например, клетки есть в обоих, но что такое клетка, её состав и далее, то всё это очень сильно различается.

Хочется однозначно представлять некоторые семиотические вопросы, но развитие научной терминологии состоит в том, что уточняется термин, разделяются его значения, возникает множество значений, для которых чаще используют ряд разных терминов. Одно и то же в разных школах может называться разными терминами, при этом люди из одной научной школы, могут не знать и не понимать термины другой научной школы. Это в математике, например, есть московская математическая школа, где принято выражение «поля вычетов», а есть петербургская (ленинградская), где принято «поля разностей». То есть математики могут напрячься, подучить и понять друг друга, но вот так непосредственно, они не поймут.

Язык и мир.

Язык и мир, как они соотносятся?

С одной стороны, есть точка зрения, что мы видим мир в призме языка, и что вне его, то мы и не увидим. Но, если иметь ввиду, что языки меняются, то есть, по крайней мере, гипотеза, что меняются они потому, что мы видим в мире что-то, чего в языке нет, что важно и нужно, и мы изменяем язык под действием этого обстоятельства непреодолимой силы.

Вопрос: является ли язык образом мира или подобием мира?

Есть выражение: "языковая картина мира". Но языковая картина мира и язык, вещи разные. Тем более, когда эту картину описывают, то идёт описание ряда наиболее значимых, наиболее общих слов, которые к миру применимы, но вовсе не отражают всё содержание языка, с одной стороны, а с другой, есть основания сомневаться, что и всё содержание мира тоже.

Разные направления семиотики изучали тексты, а любой конкретный текст, это реализованная семиотическая система. Есть иллюзия, что реализованные семиотические системы состоят из знаков. Это не так. Они состоят из вхождений знаков. Это пара $\langle S_n, T \rangle$ (знак-место). Допустим, есть нулевой знак — это отсутствие знака на каком-то месте. Есть основания полагать, что собственно семиотические системы существуют, приобретают целостность, самодостаточность только тогда, когда там появляется нулевой знак. С философской точки зрения можно сказать, что только тогда, когда появляется собственное небытие. Небытие знака как элемент. Пример: в слове "слон" нет знака на месте окончания. В слове «слона» есть знак на месте окончания и он означает, что это слово в некотором падеже. То есть отсутствие знака здесь, это знак того, что слово находится в некотором падеже.

На разных местах один и тот же знак означает разное. Сама система, кстати, многоуровневая. Примеры просятся текстовые: тексты состоят из букв, которые сами по себе не значат ничего, кроме тех случаев, когда буква является словом. Но корректно сказать, что на некотором уровне значений буквы не значат. Можно написать «карова», и хоть в слове ошибка, но это незначимо, поскольку слово понимается или понимается на другом уровне, как другой знак.

А вот отношение языка к миру. К миру можно относиться универсально. Вот мир, мы про него можем различно рассуждать, но что нам непосредственно дано в мире? Ситуации. Это именно непосредственная наша данность.

Я говорю про мир и естественно ожидать, что это физический мир. И вот конкретная констелляция образует ситуацию, в которой мы находимся, и другие ситуации мира даны нам только в представлении. И как устроена ситуация, в которой мы находимся? Есть объекты (субъекты, это, в частности, объекты), и они занимают места. Эта ситуация состоит из вхождений объектов в места мира. Что можно найти общего между знаками, знаковыми системами и миром? И те и другие состоят из вхождений. Знаковые системы — вхождения знаков, мир — вхождение объектов, соответственно, можно надеяться установить отношения между вхождениями знаков и вхождениями объектов. На этой возможности, в частности, и основана вся наука, которая создаёт модели фрагментов мира, в том числе пользуясь знаковыми средствами.

Лекция 9.

Продолжим говорить о семиотических основаниях научного моделирования.

Знаковые системы.

Вопрос об организации знаковых систем сложен и проработан более практически, чем теоретически.

Изначально, знаковые системы рассматриваются в основном как речевые, связанные с языками. Ключевым понятием, единицей предмета рассмотрения обычно является текст. Сейчас довольно сильно развиты науки филологического цикла, языкознания. Специальная значимость этой сферы не подлежит сомнению, но есть ряд положений, которые абсолютизируются и дают основания для лингвистической идеологии и мифологии. Например: есть точка зрения, что, по крайней мере, в мире человека всё является текстом, и рассматривать разные культурные образования стоит как элементы текста или тексты. Иная линия рассмотрения, что есть разного рода языки. Есть естественные языки, есть представление о том, что есть язык жестов, танцев и т.д. Культурологи защищают дипломы и диссертации на тему "язык города". В общем, языки или тексты?

Знаковые системы, будучи системами представлений, очень естественно понимать как системы представлений какого-то мира, можно как систему выражений мира, систему структурирования мира и подобно. Что здесь путают? Способы организации знаковых систем, сводя их к единой языковой организации. Почему это возможно? Потому что, с одной стороны, есть разного рода иллюзии на тему точности и однозначности языка науки, а, с другой стороны, когда у нас есть некое произведение, образование, то его можно описать языковым способом. Пример: школьники пишут сочинения или изложения, описывая разного рода картины, при этом никого не смущает, что картина одна, а текстов, которое её описывают, очень много, и они могут быть очень разными. То есть тут этой однозначности точно нет, вопрос же о степени полноты выражения, то есть картина что-то выражает, она может и что-то представлять. Хотя современные перформансы вроде представляют задумки своих устроителей, их идеи, но действительно ли в некотором действии в точности выражена эта идея и не возникло ли чего-то нового? Это вопрос открытый, в отношении этих эстетических объектов.

Какие аргументы в пользу того, что есть разные типы организации знаковых систем?

Они, в принципе, известны почти всем, просто не многие понимают, что это аргументы. А именно, вот компьютер, в нём программы разных типов. Вот текстовый редактор, есть графические. Есть системы музыкального воспроизведения (Кстати,

партитура, как известно, нотный текст.). Видео. Есть специальные математические программы, устроенные иначе, чем текстовые редакторы, графические. Они устроены по-разному, просто различается программирование, в зависимости от того, какой функционал требуется, текстовый ли, и к нему можно прикрепить графику, таблицы вставлять в тексты, но, это, я бы сказал, дополнения к собственно тексту. Аналогично, можно в графическом редакторе рисовать и писать, при этом. Но это тоже неестественное использование графического редактора. Так можно, но это не всегда удобно.

Есть три хорошо выделенных типа пользовательских программ: тестовые и графические редакторы, и электронная таблица. Они устроены по-разному. И я постараюсь несколько ограничить претензии филологов, семиотиков, культурологов и т.д. на то, что текст всеобщ. Выражения людей могут строиться по-разному. Они могут строиться как тексты, но когда они так построены, допустим, есть такие способы записи стихов, когда там изображается что-то зрительно узнаваемое, кошка, роза, и от этого можно получить добавочное наслаждение, но это дополнение к поэзии, хотя, это моё представление.

Виды организации знаковых систем:

1) Что такое текст? У филологов нет единого мнения. Есть проблема текста, есть разные теории текста. Рабочее определение **теста — знаковая система с каноническим, линейным порядком прочтения**. Бывают, конечно, палиндромы, но это, скорее, исключительный случай, когда что-то организовано таким способом. Я сказал канонический линейный порядок прочтения, что это значит? Тексты можно читать "с пятого на десятое", возвращаясь к каким-то местам, но такое чтение не есть нормальное, каноническое чтение текста, а это есть преобразование текста в набор фрагментов, каждый из которых всё равно внутри читается тем же способом, что и весь текст целиком.

2) Существуют знаковые системы, где отсутствует канонический линейный порядок прочтения — это **картины**. Некоторое картины могут быть устроены по принципу текста, то есть на картине может быть изображён какой-то отрывок текста, и тогда его можно прочесть. Но, читать картину как мы читаем набранный словесный текст, это ненормальное восприятие картины. В частности, проблемы с распознавание образов, имеющиеся у искусственных систем, во многом связаны с тем, что представление данных, оно растровое. (как на телевизорах, у которых сигнал передаётся линейно, изображение воспроизводится точно также). Принцип, сходный с образованием текста, но проблема в том, что образ, картинка, это не текст, она устроена иначе. Эту проблему раньше пытались решать с помощью перцептронов, сейчас через иные механизмы. Но, основные сложности возникают потому, что по-разному организованы эти наборы данных. Нет линейного порядка восприятия в картинах.

3) Есть третий тип, который можно описать как таблицу, или схему, или график. А именно, **это пространственно организованная структура, элементы которой являются текстовыми**. Пример: у нас есть таблица с заводами, годами и выпуском продукции. Эту таблицу пользователь никогда не читает как текст в нашем языке: слева направо, сверху вниз. Ему интересно, что находится в конкретном месте на пересечении и как это относится к другому, находящемуся в другом месте на другом пересечении. То есть он этот принцип выборочного чтения реализует в полной мере. Данные в соседних ячейках некоторым образом связаны, но эта связь оказывается метатекстовой, внетекстовой. Тексты, конечно, тоже могут быть организованны достаточно сложно, но про это позже.

Эти три вида организации знаковых систем, просто практически доказано, что они организованы по-разному: по-разному программируются, они имеют разный функционал, на разные действия рассчитанный, они некоторым "кривым" образом могут выполнять функционал из другой сферы.

Я сказал про три типа организации, но есть вопросы к видео. Имеются многочисленные попытки определить язык кино, но они все неуниверсальны, не общеприняты. Некоторая система выражений есть, система средств выражения есть, просто из того, что есть выражение, не следует, что оно языковое.

Структуры этих знаковых систем изучены различно, лучше всего – языковые системы, то есть собственно языковые, текстовые.

Язык.

У филологов нет одного общего определения языка. Я опираюсь на определение, данное Питером Гарвином, данное им после изучения того, как филологи рассматривают языки. Проблема заключалась в том, что в 1960-ые годы, когда стали распространяться ЭВМ, у программистов была логическая иллюзия. Им казалось, что математика хороший искусственный язык, логика хорошо всё представляет, значит языки должны быть логически организованы. Искусственные языки организованы логически, значит мы, с помощью этих языков, можем хорошо представить содержание любой предметной области, и, соответственно, с этим содержанием можем работать с помощью электронных средств. Некоторые локальные задачи так решались, но, в целом, задачи, например, распознавания текста, задача анализа текста, выделения из текста главного и так далее, – они автоматически не решались. Встал вопрос, а как всё-таки устроены языки. Была организация CODASYL. Она занималась стандартизацией систем и средств программирования, включая языки. Она дала Питеру Гарвину задание изучить, что такое язык. Он дал **определения языка, как знаковой системы, с не менее чем двумя уровнями синтеза, не менее, чем двумя уровнями организации, и не менее, чем двумя уровнями интеграции.**

Два уровня синтеза.

Два уровня синтеза: смыслопорождение и смысловое различие. В естественных языках это морфемы и фонемы, в первую очередь. Вот эта морфемно-фонематическая структура присутствует в алфавитных языках, письменных языках. Морфема, в первом приближении, это корень. В обобщённом смысле, к ней относятся приставки, суффиксы, окончания. Фонема — это некоторый звук. И лингвисты первым, что узнают из структурного анализа языка, что звуки или фонемы, это смысловые различительные элементы. Они не образуют смыслы. Смыслы образуются морфемами, некоторыми целостными образованиями, а фонемы различают смыслы сходных морфем. Это положение прочно установлено в структурных подходах исследования языков. Два уровня синтеза: верхний, синтезируются целостные морфемы, и уровень синтеза нижний, синтезируется смысловое различие.

Два уровня организации.

Два уровня организации: уровни синтагматический и парадигматический (от слов синтагма и парадигма). Здесь проявляется момент, тесно связывающий языки с текстами. В текстах есть линейная последовательность прочтения. Синтагма определяется как линейная последовательность знаков. Под знаком могут иметься ввиду разные уровни знаков. Скажем, буква, это знак, слог, слово. В частности, известная фраза: "казнить нельзя помиловать". Есть синтагмы, с одной стороны, словесные, с другой стороны, есть синтагматические структуры, которые синтаксис образуют, определяют, куда запятую ставить. То есть это синтагматическое измерение в анализе языковых структур и текстовых структур. А есть парадигма, парадигматический уровень. Это уровень возможных замен. Например: девочка купила мяч, девочка любит мяч. "Купила" и "любит" парадигматически возможны в этой структуре, а "девочка страдает мяч", сюда уже не подходит. Здесь вопрос о создании смыслов в таких парадигматических структурах и заменах. Речь не идёт о том грамматическом примере Щербы: "Гл́окая кúздра штéко будланúла бóкра и курдячит бокрénка", — в нём смысл хорошо понятен, при том, что не известны конкретные значения этих объектов и действий. Классика: "бесцветные зелёные идеи яростно спят". Имеет ли смысл это выражение? Грамматически всё в порядке. Но можно ли это как-то осмыслить? У лингвистов это предложение считалось примером выражения, которое в принципе, невозможно осмыслить, но где-то в 1980-ых на одной конференции была предъявлена вполне осмысленная интерпретация этой фразы, после чего тезис о существовании выражений, которые не могут быть осмысленны в принципе, лингвисты перестали употреблять. Можно сказать, что интерпретировать грамматически правильное выражение, состоящее из некоторых слов языка, всегда можно. Другой вопрос, насколько естественный и универсальной будет эта интерпретация. Если взять какой-нибудь жаргон, там хоть и есть собственные слова, но сочетания известных и привычных слов, может означать иное, чем в общем, нормальном, литературном языке.

Говоря про грамматическую правильность, я ещё и говорю про отсутствие категориальных ошибок. То есть на вопрос "сколько?", не отвечают "зелёный". Разные категории и разные типы осмысленности. Если нет категориальных ошибок, то в принципе, осмыслить можно практически всё. Здесь ещё один неклассический момент, что есть установка на норму, правильность, общеобязательность. В частности, считалось, что когда Бог творит мир, он творит его так, что это нормально, правильно, общеобязательно, истинно для всех и, соответственно, есть некоторый единственный смысл, единственно значение как у объектов, так и у, по крайней мере, правильных, истинных высказываний об этих объектах. Соответственно, смысл тоже однозначен. Но развитие различных дисциплин показало, что выражения не имеют фиксированного смысла. Если выражения какие-то воспроизводятся в контексте некоторой предметной области, смыслы воспроизводятся с некоторыми искажениями. Вообще, субъект, который подходит к какому-то набору выражений, может создавать сам смыслы, связанные с этим набором. Тут его могут внешне ограничить. Некоторый интересубъективный компонент, контролирующий, нормирующий и прочее, он в естественных языках имеется, но он не абсолютен.

Вот это отсутствие предзаданного смысла. Смысл мы классически связываем со знаками, представлениями, знаковыми системами, хотя проблема смысла, отчасти, заключается в том, что только знаками и знаковыми системами смыслы никогда не исчерпываются. Он имеет ещё и некоторое деятельное, активное существование, активную включённость в жизнь человека. Жизнь человека может измениться так, что он перестаёт видеть смысл в чём-то, в чём раньше находил большой смысл. В общем, это большая философская проблема и мы довольно далеки от достаточно полной теории.

Парадигма — это уровень возможных замен. То, что признаёт небольшое число филологов, что эти уровни возможных замен определяются контекстно и предметно. В одном контексте с одними предметами одна парадигма изменения внутри некоторой грамматической конструкции, в другом, другая.

Уровни интеграции.

Уровни интеграции, их не меньше двух. Это "не меньше" имеет расширительное понимание. Сейчас развиваются филологические исследования в сторону рассмотрения коммуникативного уровня. В частности, есть концепция теории коммуникативного синтеза. Эта теории существенно связана с тем, как воспринимаются, понимаются и используются тексты. С одной стороны, у нас есть уровни интеграции на уровне элементарных выражений. Мы разные морфемы интегрируем, получаем слова. Слова мы можем интегрировать в некоторые выражения, которые в действительных текстах могут быть как некоторыми более-менее связными компонентами текста, так и компонентами разбросанными по одному предложению или, вообще, по тексту. То есть мы к чему-то добавляем какие-то определения, эти определения это что-то выражают в

разных местах текста. Также есть предложения как некоторый уровень интеграции. Можно сказать о той или иной связи предложений, которые могут выделять. Допустим, есть какая-то теорема, её доказывают, это доказательство интегрировано внутри текста, но оно может разбавляться местами, которые что-то поясняют, отсылают, напоминают и т.д. Ещё одна формальная структура, это абзац, также раздел и т.д. Этих уровней неопределённо много. То есть поскольку любой текст конечен, можно считать, что их конечное число, но получается, что их чисто абстрактно. Сколько комбинаций можно создать из элементов текста, столько и уровней интеграции.

Текст, как знаковая система, должен обладать референциальной структурой. Поскольку знак к чему-то относит, есть референция знака на значение, но это тоже начальное, упрощённое представление.

Касается значения. Когда мы рассматриваем разные теории значения, они практически все обращают внимание, что есть слова, и слова должны что-то означать, ну, максимум, есть некоторые выражения, они должны что-то означать. Скажем: "круглый квадрат", — это выражение, которое противоречиво и ничего означать не может. "Деревянное железо", такой же пример. Во эта референция некоторого элементарного знака или знакового выражения на значение, это первый вид такой референции.

Но есть у лингвистов более развитые теории референции, которые рассматривают ещё два уровня референции, и они другого рода. Есть предложение. К чему оно относится? Можно было бы сказать, что является значением предложения. Но когда есть предложение, например: "Мэри вышла замуж". К чему относится это предложение? К предикату, который получила Мэри; относится ли оно к изменению семейного положения Мэри; относится ли оно к некоторой ситуации, которая произошла в действительности, как она выходила замуж, свадьба была и т.д.? Можно и другие соотношения рассмотреть. С точки зрения логики значение этого выражения истинно, если Мэри вышла замуж, и ложно, если Мэри замуж не вышла. Но люди, которые пользуются языком, по большей части не логики и их интересуют не формальные истинность или ложность этого предсказания, а нечто содержательное. Что это содержательное? Есть концепция Гальперина, он говорит, что **предложение имеет референцией смысл**. И действительно, смысл заложенный в приведённом нами предложении, отличен от смысла того, что: "на лекции лектор сказал следующее". Смысл совершенно разный, содержание мысли, то, что с мыслью передаётся, если о смысле говорить. Я здесь не определяю смысл, но указываю на некоторое понимание, которое проясняет референцию на смысл.

Есть ещё один уровень референции, который Гальперин определяет как **отношение текста к тому, что текст представляет или означает**. Он называет это **предметом**. Текст создаёт референцию на предмет.

Мне хотелось показать вам, что есть много разных теорий на проблему референции и что логико-семантические концепции не единственные и имеет смысл рассматривать более сложные и содержательные концепции.

Коммуникативный синтаксис.

Теперь о коммуникативном синтаксисе. Есть теория коммуникативного синтаксиса, раньше она называлась теорией актуального членения предложения. **Предложение**, когда его прочитывает человек, **актуально делится на две части**: тема и рема. **Тема** — это то, что считает известным читатель. **Рема** — то новое, что читатель узнаёт. Он узнаёт новое о чём-то, что известно.

Если рассматривать структуру предложения в классической, квазиаристотелевской структуре "субъект-предикат", то там, как правило, известен субъект, новым является предикат. Предикат приписывается субъекту. Это то новое, что возникает. Хотя, в некоторых средневековых концепциях можно было рассматривать наоборот, что темой является предикат, ремой субъект. Субъект является тем новым, что мы можем узнать из приписывания предиката субъекту. Здесь чёткое деление на две компоненты, которое перешло в современную теорию коммуникативного синтаксиса. И, соответственно, как представляется текст? Есть предложение, в нём есть что-то известное. Кстати, если нет ничего, чтобы нам было известно в предложении, то мы его просто не поймём. Здесь, правда, надо делать ссылку на языковую компетенцию, на контексты и прочее, то есть какие-то предположения, но это уже герменевтические добавления. А так, эти классические концепции ориентированные на абсолютного субъекта: у него абсолютная компетенция, абсолютные логические способности и т.д. Вот у нас есть тема, к ней добавляется рема и у нас есть предложение. Если предложения принадлежат тексту, то они связаны. При этом во втором предложении нам опять что-то известно, а что-то является новым. Известное может содержаться в первом предложении, может быть добавочным, новое присоединяется. У нас есть то, что мы знаем из первых двух предложений. Далее, у нас есть третье, четвёртое и т.д. И в итоге получается следующая конструкция, которую мне хочется назвать выражением "тематизация ремы" (по прочтению же рема становится уже известным).

Когда мы читаем текст, то получается некий снежный ком, на который наворачиваются новые слои снега, которые уплотняются, сбиваются, в нечто известное. К концу текста у нас должно получиться нечто такое единое и цельное. Я уже сказал, что эти лингвистические концепции основаны на некоторой идеализации и абсолютизации субъекта. По факту, при чтении текста, мы можем тематизировать разные линии, получать, в итоге, несколько разных тем, которые в этом тексте имеются. То есть с этой точки зрения, текст получает многослойное, многосложное строение. Пример: Прочитав текст в первый раз, выделяются некоторые тематические цепочки, что-то запоминается, что понимается, что-то нет, на что-то не обращается

внимание. Прочитав второй раз, могут возникнуть новые тематизации, может, с одной стороны, как бы уплотниться тематическая структура так, что мы можем сказать, что это посвящено одной теме и вот предмет, который в этой теме выражается. Бывает и иначе, выделяются некоторые относительно независимые линии.

Коммуникативный синтаксис, это как бы коммуникация субъекта самим с собой. Но, если тексты создаются и используются в коммуникации разных субъектов, то их установки, цели, задачи, разные уровни известного, разные типы тематизации, разные типы восприятия, значимости и т.д., они образуют гораздо более сложную структуру, которую сейчас как раз и изучают дискурс анализы, анализ рекламы и т.д.

Семиотическая система.

Математика, как язык науки

Стал неким мемом тезис о том, что: "математика — это язык науки". Я утверждаю, что математика не является языком науки. По той причине, что у математики отсутствуют два уровня синтеза. Математика даёт средства, для того, чтобы наука в математической форме что-то представила, выразила. Более того, математическая форма не просто форма представления, но и форма преобразования действия с теми объектами, которые мы так или иначе из какой-то предметной области взяли, перевели в математическую форму и с ними математически работаем. Если взять только знаковую структуру, то даже по отношению к более-менее классическим математическим тестам, там где есть математическая символика, там нет этого различения на смыслопорождение и смысловразличение. То есть каждый объект математики порождает некий смысл, а не различает смыслы.

Очень важно подобрать хорошую семиотическую систему для выражения чего-либо. Например: сколько будет $19+24=?$ Немного подумаем и ответим 43. А если я спрошу, сколько будет $\frac{XIX}{XXIV}$ сложить? Очевидно, что будет $XLIII$. Когда мы записываем арабскими цифрами, там это сложение совершенно естественно, оно очевидно. Вот здесь: $\frac{XIX}{XXIV}$ — это не очевидно. Римскими цифрами пользовались для обозначения чисел тысячелетиями, да и до сих пор иногда. То есть изобрести подходящую семиотическую систему, и дальше можно уже работать формально. Также и с химической системой обозначения. Она, вообще говоря, не математическая, там Ca^{2+} , где "+", это не символ сложения, и не работают там математические способы преобразования выражений, там свои способы преобразования. Но вот создали, и оказалось очень удобно. Семиотическая система позволяет и просто представить, и просто работать. Тогда, когда она "хорошая", удобная.

Семиотические системы стоит рассматривать не только с точки зрения того, что они выражают, но и с точки зрения того, как надо с ними работать. Поскольку

математика это то, что называют языком науки, она позволяет создавать представления, поскольку язык — это средство создания представлений.

Вопрос: как же рационально объяснить, что такое математика?

Здесь можно обратить внимание на тот функционал, которым обладает математика. Ещё Боэций говорил, что если мы правильно посчитаем, то в мире так и будет, а если мы правильно рассудим, то из этого не следует, что в мире будет так, как мы рассудили. То есть онтологическое первенство математики над логикой, другими словами.

Что происходит, когда математика вторгается в предметную область, когда берут и её модели используют?

Чисто феноменально здесь происходит следующее: В области, куда переносятся некоторые математические средства и модели, уже есть собственные нематематические объекты и их представления. Математика преобразует их, по крайней мере, в представлении, в представление, с которым можно работать, орудовать, оперировать по-разному. Можно брать графики, читать их и интерпретировать. Интерпретация графика, это уже за пределами чистой математики, а вот сам график, это создано по разным наборам значений, функция какая-либо. Это минимальный абстрактный пример.

С одной стороны, есть математический факт, что любое конечное множество наблюдений может быть гладко описано бесконечным количеством функций. Например: у нас есть две точки, проще всего соединить их прямой, но можно соединять их кривой второго порядка, кривой третьего порядка, экспонентой, логарифмом, синусом,— то есть конечный набор наблюдений даёт возможность бесконечному числу математических моделей. С другой, интерпретировать эти модели сложно, а иногда и невозможно. Это говорит о том, что у нас есть основа для интерпретации, которую даёт математика, точнее, некоторые данные, которые из предметной области. Потом математикой это переводится в другую вещь. Выбираются как бы модели наиболее простые. С какой точки зрения простые? С одной стороны, требуется не очень развитая математика, потому что те, кто применяют математику, зачастую, её не очень изучают, скорее, только тот минимум, который необходим для решения их задач. С другой, если математическая модель выбрана, и если предполагать, что она соответствует чему-то в действительности, например: экономической, социологической, биологической, исторической и т.д. действительности, то выводы математической модели рассматриваются как действительные. Например: у нас есть внутренний рынок, на нём произошла какая-то бифуркация, кривые спроса и предложения переменили положения и экономисты, финансовые аналитики говорят, что это приведёт к тому-то, тому-то и тому-то. При этом не возникает сомнения в самой математической модели. Могут

сказать, что эта модель не подходит, возьмём другую, но выводы этой модели будут иметь ровно тот же онтологический статус.

Другими словами, **математика — это средство моделирования онтологий в других предметных областях.** Жёсткие связи математически представленных объектов, убеждённость в том, что набор начальных параметров и набор конечных параметров отвечают некоей действительности, которую изучает конкретная наука.

Значительная часть математических моделей — это представления, но представления, которые обладают самостоятельностью. Если вы какую-то математику взяли, то вы не можете её "подкрутить". Если это делается, то это не математика, а квазиматематические объекты. Но при всём при этом математика во многом превышает возможности тех предметных областей, в которую она вводится, потому что математика просто математически необходимо вводит некоторые объекты, которым нет интерпретации в предметной области. Например: Есть остров и три рыбака, которые на него приплыли вечером ловить рыбу. Утром, встаёт один из них, не желая будить товарищей, он в тумане пробирается туда, где у них рыба навалена, делит на три части. Не делится. Он одну рыбёшку выкидывает. Теперь делится. Берёт свою треть и уплывает. Второй просыпается, не знает, что один уже ушёл, подходит к рыбе, делит на три части, не делится, он одну рыбёшку выкидывает, берёт треть и уплывает. Третий делает тоже самое. Вопрос, сколько было рыб? Некоторые могут в уме это решить, но есть особо одарённые математически люди, которые предложили интересное решение этой задачи. Рыб было -2 . -2 не делится на 3. Выкидываем рыбу, получаем -3 . Один забирает одну рыбу, остальные процедуру повторяют. Математически абсолютно корректное решение. То есть, есть решение и в положительных целых числах, но вот вам пример особенностей устройства математического мира.

Некоторые решения такого рода первоначально кажутся невозможными. Математики на это не обращают внимание, они с этим работают, Не только математики, но и физики. В квантовой физике, когда данные кардинально расходились с теориями, они стали искать математику, как математически выразить то, что у них есть. Выразили, получили нечто противоречивое, но, хоть оно и противоречивое, но работает.

Сущность семиотической системы.

Без некоторой развитой семиотической системы, в том числе системы, которая представляет собой более-менее замкнутую онтологию, онтологию представления, развитие науки невозможно. Другое дело, что построить замкнутую семиотическую систему нельзя, более того, есть сомнения, что вообще можно построить такую замкнутую, нерасширяемую семиотическую систему, но эти сомнения, во многом, маргинальны существующей науке, и научным моделям, и средствам их построения.

Ещё один момент то, что грамматика знаковой системы представляет собой, некоторую онтологию, но при этом знаковые системы в состоянии моделировать разные типы онтологий. Из чего можно сделать вывод, что онтологии грамматикой заданы как некие структуры. Но не существует моноструктурных объектов, любой объект полиструктурен. Это, в частности, выражается в том, что, как я говорил, структура — это инвариант движения, а движение связано с определёнными изменениями, взаимодействиями в мире, и здесь этот аспект взаимодействия семиотической системы, знаковой системы с миром, с объектами, которые хочется представлять, это аспект неполного взаимного отношения. И знаковая система, по отношению к некоторому реальному объекту, будет не полно его выражать, описывать. Это можно ещё пояснить выражением "недокументированные особенности системы".

Если у семиотической системы какая-либо сущность?

Семиотическая система — это некое сущее. Под сущностью в отношении к сущему обычно понимается некая как бы концентрация определений. Здесь вопрос о том, как определять сущность, сущее? Неклассический ответ: определять в отношении к миру. Два типа определений: (kath' autó) определение к себе, по себе, и в отношении чего-то (pros ti). Из различий этих определений выросло разделение на первичные (изначально предполагались те, что заданы Богом) и вторичные свойства, качества. И был вопрос тогда, есть ли свойства или качества, заданные не Богом, а определяющиеся взаимодействиями объектов в мире? В некоторой классике этого быть не может (вот есть собственные определения и они тождественны, нерушимы, неизменны и прочее), а в ситуации, когда мы рассматриваем объекты, как присущие изменяющемуся миру, там как раз очень важно взаимное действие, взаимное изменение. И оказывается, что все свойства, которые мы можем приписать чему-то, приписать мы можем в результате некоторых отношений или взаимодействий.

Если мы сущее рассматриваем как совокупность этих базовых определений, то можно рассматривать сущее, как-то, что имеет эту сущность внутри себя, или как-то, что определяется в результате мирового определения данной сущности, в частности, именно этот ход мысли обнаруживает Маркс, когда обнаруживает, что сущность человека в своей действительности, это не абстракт, это ансамбль общественных отношений. То есть тезис об определённости сущности мировыми взаимодействиями Маркса обычно понимали так, что эти мировые взаимодействия чисто внешние, а сам по себе объект только принимает эти взаимодействия, что он полностью определён чем-то внешним. Уже когда мы рассматриваем психологию, эта точка зрения оказывается очень уязвимой. Некоторые особенности психологического строения не видно как вывести из под влияния окружающей среды. Можно предполагать, что они определяются окружающей средой, но тем не менее. Тем более, что есть примеры, когда человек изменяет свой характер. Это изменение своего характера трудно связать с определениями со стороны окружающей среды. Ну, это как пример.

Если рассматривать всё в неклассической онтологии, то есть у любого сущего, объекта (как объективации), некоторое собственное внутренне действие, которое в терминологии Николая Гартмана, это консестирование. У него различаются консестирование (внутренне действие, внутренний акт, который создаёт тот стержень, к которому может отнестись субсестирование, отношение субстанциальное) и субсестирование (то, что создаёт субстанцию, то, что действует и претерпевает воздействие). Если так рассматривать, то сущность чего-то, оказывается, что некоторые внутренние действия и взаимодействия семиотической системы, они должны быть основаны на чём-то собственном, устойчивом, самостоятельном. В тоже время, семиотическая система не может обойтись без внешних отношений, взаимодействий, определенностей. Здесь корень как и в воспроизводства семиотической системы, так и её тождественности и изменчивости. Это ощущение самостоятельности семиотического выражения, оно существенно необходимо для существования, развития семитических систем.

Лекция 10.

Логические основания научных моделей.

Что такое логика?

За рабочее определение возьмём то, что: **логика — наука о правильных рассуждениях**. Появилась она давно, и в ней было два тренда: 1) попытки обнаружить неправильность рассуждения в чьих то рассуждениях; 2) попытка построить научное рассуждение так, чтобы в нём не было чего-то неправильно. При этом вопрос, что правильно или неправильно в научных рассуждениях, это отдельный вопрос. Мы можем интересоваться содержанием какой-либо науки довольно предметно и конкретно, и тогда нас интересует правильность рассуждений с точки зрения их соответствия предметной области этой науки. При этом взаимоотношение между субъектом, объектом, предметом и методом, является базисным для науки вообще. Науку я рассматриваю как объективацию, наряду с другими объективациями, принимающими форму сфер деятельности, типа: экономики, политики, государства, каждая такая объективация, как фиксация структуры. Какую структура фиксирует такая объективация, как наука? Обоснование метода.

Когда мы рассматриваем отношение какой-то науки к её предметной области, то науки, вообще, оперируют моделями фрагментами мира, но при этом некоторые науки кажутся более тесно связанными с миром или непосредственно вмешиваются в мир, как, например, медицина. И когда у нас речь идёт о предметном соответствии тех моделей, которые мы строим и той предметной области, с которой работает данная наука, то есть специфические особенности мира, которые принимает во внимание данная наука. Это можно до некоторой степени абсолютизировать. Например: физики абсолютизируют свой предметный мир, свою предметную область, свою реальность, физическую, фактически утверждая, что физическая реальность является единственной базисной, а все остальные типы реальностей, это феномены, эпифеномены и представляют собой сущности второго и последующего рангов, не высшего.

Если говорить о логике, "минимум логики" заключается в том, что там, где нет связи, мы не видим и логики. Неважно, какого рода связь, какого уровня. Другое дело, что в переходах между рассматриваемыми объектами, комплексами, процессами, эта связь может устанавливаться содержательно и формально. Логика, традиционно, рассматривает формальные связи, отвлекаясь от содержания. И здесь сложный вопрос про истину. Это вопрос не только гносео-, эпистемо-, но и онтологический. А именно, может ли быть онтологически реализовано нечто противоречивое? Классическая логика, которая опиралась на тождество объекта, закон исключённого третьего, закон непротиворечив, исключала такую возможность. Нормативное построение логики

теснейшим образом связано с тем, что оно оказывается возможным только по отношению к уже полученному знанию.

К вопросу об истине: у нас есть теория, в ней формулируется некоторая гипотеза. Истинна гипотеза или ложна? Это сложный вопрос. Внутри науки формулировки разных научных положений меняются, в том числе в ходе исследований. И есть идея, и она не то, что выражено, а она то, что стоит за научными выражениями. Это некоторая глобальная вещь. Одни и те же идеи могут выражаться по-разному. В разных суждениях, относящихся к одному и тому же предмету можно выразить одну и ту же идею.

Когда людей обучают, то идеология присутствует, явно или неявно. Идеология культивируется и распространяется на уровне понимания. Понимание, это то, что очень трудно явно, формально выразить. А практика общая (сейчас говорим про математику), и в ходе этой практики обучающиеся овладевают некоторыми способами освоения тех предметов, которые входят в предмет данного курса и это овладение создаёт у них лучшее или худшее понимание идейной основы, то, как в принципе, строить разные конструкции, решать задачи. Эта та сторона научных исследований, которую ощущают действительные учёные. Некоторые классики науки выражают это в классических формах, но эти классические формы, как показывает история любой науки, меняются, развиваются, изменяется понимание идеи предметной области. Когда речь идёт о попытке это логически оформить, то речь идёт о попытке придать жёсткую форму. Сама динамика движения науки показывает, что таких жёстких форм, универсальных, не получается разработать.

Если меняется знание, меняется предметная область, меняется понимание и т.д. В попытках логически зафиксировать понятийную структуру она оказывается неполна и именно в этом духе я трактую теоремы Гёделя. Этих теорем две, но для меня сейчас важна одна. Звучит она так: "любая формальная система, содержащая формальную арифметику (ещё неявно предполагалось, что она конечно аксиоматизирована), она содержит истинное положение, недоказуемое в рамках этой системы, невыводимое по правилам вывода". Эту теорему, интерпретировать можно по-разному, но одна из классических интерпретаций заключается в том, что содержание такой системы (то есть всё истинное содержание), как минимум открытое.

Есть подход в логике, когда рассматривают не аксиомы, а схемы аксиом. В этом случае можно порождать новые аксиомы по схемам. И этот подход есть некоторая попытка избежать этой неполноты логического описания того содержания, которое имеет система. Эти логики пытались показать, что, если мы берём не саму аксиоматизацию, а берём схемы аксиом, то тогда можно избежать вывода о неполноте. Оказалось, что и к схемам аксиом теорема Гёделя остаётся верной. То, что мы так открываем способ порождения аксиоматики не добавляет полноты в нашу теорию.

Соответственно, я интерпретирую эту теорему следующим образом: **любая достаточно развитая логическая формализация покрывает только часть содержательной системы**. Из этого следует проблема: когда мы создаём какие-то модели и они более-менее могут быть описаны формально или формализованы, то в конкретном случае может у нас получиться полная формализация того, что до сих пор сделано, а может и не получалась, потому что вопрос о разрешимости формализуемости, это отдельный вопрос, у которого нет однозначного ответа.

Есть другая проблема: если у нас есть две разные аксиоматические формализации, и эти две формализации неэквивалентны, тогда что? Сейчас я нарисую несколько формул, относящихся к формализации теории чисел, имеется ввиду аксиоматизация натуральных чисел. У нас есть пустое множество; есть множество, содержащее пустое множество; есть множество, которое содержит пустое множество, которое содержит множество, содержащее пустое множество. То есть мы можем считать это один $\emptyset$, два $\{\emptyset\}$, три $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. И это формализует натуральные числа. Но у нас есть и другая возможность. Брать пустое множество, множество, которое содержит пустое множество; множество, которое содержит множество, которое содержит пустое

$\emptyset$
множество и так далее $\{\emptyset\}$.
 $\{\{\emptyset\}\}$

Формализации эти существенно различны, потому что в первом случае, допустим, один входит в два, является частью; а во втором нет. Можно попробовать избежать этого, говоря, что в формальной арифметике нет понятия, что какое-то число является частью другого, но это спорный тезис. Когда мы начинаем операцию сложения применять, в обоих случаях требуются специальные преобразования, но они разные.

Я попытался показать относительно простой пример того, что вопрос о единственности формализации совсем не прост и никто не пытался доказывать единственность формализации. Вот у нас есть понятия, мы их формализуем и наша формализация такая. Это неединственность формализации в случае содержательных теорий проявляется ещё иначе. То есть можно строить логику высказываний, логику предикатов. Когда есть логика предикатов, то там предикаты можно строить по-разному. И тоже получаются разные, по-разному формальные, формализованные системы.

Эта установка на то, что мы логически формализуем и это имеет прямое отношение к той теории, которую мы формализуем, по крайней мере, сомнительна. Дело осложняется ещё и многообразием логик.

Я постарался показать, что наивный, классический подход к логике обнаруживает различные сложности.

Логика с точки зрения её осуществления.

Если принять, что принципиальным для наличия логики является требование наличия связей, то возникает вопрос: по отношению к конкретной научной модели, какого рода связи могут быть названы логическими? Например, есть такое различие у программистов: различаются программа и логика программы. Программа — это некоторый набор команд. Сейчас пишут в основном на языках высоких уровней, в которых есть содержательный момент, то, что нужно сделать с чем, и с этих языков компилируется программа так, что она становится программой, которую непосредственно воспринимает компьютер. При этом известно, что у одной и той же программы по факту есть много непосредственно разных компиляций. В программе есть что-то более-менее содержательное, оно конкретно в исполняемые команды переводится, это уже та программа, которую можно применять к машине, и она что-то выполнит. Логика программы — это система указаний на физические объекты. Имеется ввиду, что есть физические объекты, которые объединены в агрегат, называемый компьютером. Физическими объектами являются состояния этих агрегатов, а также действия, которые может выполнять процессор, если его заставить какой-либо командой. Это всё физические объекты.

С этой точки зрения рассмотрим классический силлогизм:

Сократ человек,
Все люди смертны,
Значит, Сократ смертен.

Что здесь имеется ввиду? Что есть некоторое множество людей. Есть некий индивид, физический – Сократ. Есть некий предикат, свойство – смертность. И мы устанавливаем связи между множеством, свойством, объектом и индивидом. Это указание на физические объекты и на то, что устанавливает связи. Как? Приписываются. Одно из основных действий в программировании, это приписывание какого-либо значения, какой-либо переменной, объекту и прочее. Это программистское понимание логики.

Если посмотреть на другие области науки, которые не столь программируемы, можно определить логику с некоторой субстратной точки зрения. Непосредственно каковы те объекты, которые являются объектами чистой логики?

Здесь очень удачное выражение: "система указаний на физические объекты". Указания, которые несут в себе логику, некоторые логические типы. Собственно здесь мы и видим неразрывную связь логики и онтологии. Здесь у нас имеются онтологические типы, а вот указание на онтологический тип, это логическая сущность. Это некоторая надстройка над теми онтологическими типами, которые входят в рассуждения, которые так или иначе связанные. И эти чисто формальные указания на типы объектов, а объектами онтологическими являются и свойства и отношения, в

частности. Это то, что реализует субстратное понимание логики. Это моя точка зрения на то, как определять логический компонент в научных моделях. И мне представляется, что это рабочая схема.

Она может быть развита как идея формальной онтологии. Формальную онтологию развивал Гуссерль, собираясь развить чистую логику. У него со второй не получилось и он двигался в сторону. Сначала, в трансцендентальную логику, а к концу жизни в генетическую логику, которая осталась не завершена. Этот переход от чистой логики к генетической, я думаю, он считал, что теория многообразий должна быть одна, но открытия Гёделя и развитие модальной логики показали ему, что ориентироваться на единственную логику не очень получается. Он попробовал трансцендентальную, а потом хотел выйти на генетическую логику, но не получилось. Так вот, это некоторый субстратный аспект.

Существование логики в научных моделях, оно имеет также и функциональные особенности. То есть логику в научных моделях можно рассматривать и функционально. То есть, что она делает в научных моделях? Попытка ответить на этот вопрос классически приводит к созданию формальной системы теоретических выводов. Но, во-первых, она не полна, а, во-вторых, она связана с существенной потерей понятности. Логик и математики Шейн выразился так: "формализация в математике, это математический спам". Для понимания математики и её развития, формализация почти всегда чрезмерна.

Можно было бы считать, что делом логики является формализация. Но, есть как минимум два аспекта: если мы формально-логически представим эти связи между объектами, преобразованиями объектов, то у нас есть надежда на то, что всё это может быть выражено программным образом и можно будет передать это машине, эти вычисления. Это довольно старая идея, построить логику такую, чтобы можно было считать истину, чтобы чисто формально, из исходных данных, получать истину. Если посмотреть то, до чего дошли логики, программисты, то получается, что некоторые, более-менее простые вещи программируются и вычисляются хорошо, но в условиях наличия задач, в условиях, когда они связаны с неопределенностью, случайностью, хоть и есть некоторые способы получить более-менее правдоподобные результаты, но способы эти оказываются существенно неуниверсальными. То есть некоторые частные, локальные задачи решаются.

Некоторым идеалом для всех этих устремлений почти всегда было представление о том, что можно создать искусственный интеллект. Естественный интеллект отличается тем, что он, по крайней мере, по видимости, применим к любой задаче. Некоторые говорят, что интеллекта недостаточно и нужен разум, но, по правде говоря, мы не очень хорошо представляем не только то, что значит разум, но и то, что такое интеллект.

Если пытаться говорить о логике в этой формализации и доведении до таких простых и относительно однозначных операций, то в этом направлении некоторые успехи есть. Но, когда говорят о создании искусственного интеллекта, поднимается вопрос о том, что мы получим, если его создадим. Тем не менее, идеологическая, по сути, устремлённость к тому, чтобы создать что-то искусственное, которое нас повторяет и превосходит, она не вполне философски обоснованна.

Что за функции, помимо отмеченных функциональных, есть у логики в научных моделях? Что можно функционально-логического выявить в научных моделях?

Когда у нас есть научная модель, то там есть представления разных уровней. Модель научная, она, по крайней мере, включает в себя различные представления. Вопрос о том, является ли сама научная модель представлением, это отдельный вопрос. Если представление, то представление чего? Но вот представления, которые включаются туда в качестве компонентов, элементов, эти представления имеют разные интерпретации. Некоторые такие представления интерпретируются как имеющие непосредственную эмпирическую интерпретацию: какие-то данные мы получили, загрузили в модель и у нас получилось. В моделях более теоретизированных, есть представления, которые представляют объекты с непосредственно теоретической интерпретацией. Я сейчас говорю теоретическое и эмпирическое, но, по сути, там есть большое количество производных, смежных образований, которые отчасти теоретические, отчасти эмпирические, некоторые могут быть чисто теоретическими. Такими, кстати, являются идеализированные компоненты.

Есть эти объекты, из них складываются ситуации в моделях. Допустим, я создаю модель "простое число", которое имеет, с одной стороны, эмпирическую интерпретацию (один, два, три, пять, семь, одиннадцать и т.д.), а с другой стороны, когда я говорю про множество простых чисел, тем более про множество всех простых чисел, я уже перехожу к некоторой идеализации, потому что всех простых чисел, их множество, можно иметь ввиду как достаточно определённое, отличающееся, допустим, от множества всех чётных чисел, делящихся на два. И вот я строю выражение: наибольшее простое число. То есть такое число, любое число после которого уже будет составным, то есть будет делиться на что-то нацело. Я создал этот объект и этот объект, он в теории, модели, существует, но в теории существует также доказательство того, что такого объекта не существует. То есть эти модельные конструкции оказываются разделёнными по слоям истинности.

Логика, устанавливая связи, создаёт некоторый слой истинных выражений, истинных представлений внутри моделей. При этом в одной и той же модели, например, физике Ньютона, в зависимости от разных модельных идеализированных объектов, получаются разные слои. Например: в физике Ньютона есть два тела, они притягиваются друг к другу. У них есть массы. Есть очень точные решения задачи двух тел. Решения распадаются на три класса: 1) два объекта падают друг на друга, 2) эти

объекты бесконечно удаляются друг от друга, 3) эти два объекта всегда находятся на конечном расстоянии друг от друга. Когда объекты находятся на конечном расстоянии друг от друга, то это называется орбита. Движется по орбите. Вот некоторая совокупность выражений, представляющая эту систему, которая развёрнута в физике, и она истинна от начала и до конца. Если берём систему трёх тел, то она никак не связана. Она создаёт другой слой истинности в той же самой модели.

Логика расслаивает модели на слои истинности. Двоякая функция логики: внутри слоя истинности связано, два слоя истинности при этом непосредственно не связаны. Чтобы перескочить от одного к другому, надо непосредственно перескочить онтологию. В одном случае, у нас в онтологии два объекта, в другом случае, в онтологии три объекта, это две разные онтологии, которые входят в состав научной модели и для них получаются разные типы решений. В частности, доказано, что не существует общего решения для задачи трёх тел. Это математический результат, имеющий физическую интерпретацию и она крайне сложна. Это доказал Пуанкаре, и звучит эта теорема так: "не существует аналитических интегралов движения системы, состоящей из трёх тел". Аналог этого результата: "не существует общего решения, в виде некоторой формулы, уравнений пятой степени и выше". Для отдельных уравнений есть решения, но в остальных случаях нет, не существует.

Логически у нас получается качественное различие между слоями. В одном случае существуют решения, они все описываются, в другом, не существуют. Правда, этому логическому факту противостоит то, что если не существует этого решения, это "не существует" означает, что решение, оно расходится. Когда есть три тела в общем положении, они уходят на бесконечность, точнее у них такая траектория, что они от конечного почти до бесконечного с любым конечным размахом идут. Есть частные случаи приближённых решений этих уравнений. Некоторые конкретные частные случаи, один из них, когда мы рассматриваем три тела такие, что два тела массивные, а третье пренебрежительно мало по отношению к первым двум, и тогда, некоторое приближённое решение мы получаем, или, в случае, когда одно тело массивное, а два пренебрежимо малы. Оба этих случая качественно по-разному описывают приближённо движения взаимные Солнца, Земли и Луны. Можно сказать, что Луна пренебрежимо мала к первым двум или, что Земля и Луна пренебрежимо малы Солнцу.

Сложная проблема в том, что у нас есть приближённые решения в математике, которую всё таки считают точной наукой, и нет точного решения. С точки зрения того, как устроена теория, логическая множественность типов решений и типов подходов к этим решениям представляет собой некоторую реальную задачу.

Ещё, говоря о логике, можно подойти к ней другим образом. То, что логика выделяет другие типы связей и объектов, это очень полезная вещь. Современная точка зрения на логику, что любая логика представляет собой некую онтологию. Другое дело,

что нет единой и единственной логики. Соответственно, это множественность онтологий.

Встаёт вопрос: как устроены эти онтологии? Отчасти, это логический вопрос. К устройству онтологии можно подходить классическим образом, когда, по сути, устройство онтологии, так или иначе, жёстко связано с некоторой логикой. Подходить к этому вопросу можно и иначе, рассматривая то, как у нас в наших моделях реализуются те или иные онтологии. Тогда логика начинает выступать одним из конструктивных оснований построения моделей. Возьмём, например, логический закон: $a=a$. С конструктивной точки зрения, что это может означать? Это означает, что когда мы рассматриваем некоторое "а", то мы рассматриваем его конструкцию. И, если мы создаём объекты одним и тем же типом конструирования, то мы считаем, что они тождественные. Мы с помощью одного и того же способа конструирования не можем получить "а" и "не-а". Это обратная сторона, но это, одновременно, и закон противоречия. Нельзя получить, одновременно, "а" и "не-а". Это можно интерпретировать и более широко. Если мы в одном универсуме конструирования представлений строим объекты, то при одинаковых ограничениях на построение у нас не получится получить объект и не получить его. "Не-а" — это мы не получили объект "а". То есть это можно считать требованием конструктивного завершения. Поскольку, если у нас конструкция не совершается, то она, в общем, и не конструкция.

Такая интерпретация довольно сложна, поскольку современные науки, связанные с математикой, очень пронизаны концептом бесконечности. Как раз вопрос о том, как конструктивно построить бесконечность, это очень сложный вопрос, как получить бесконечный объект методом конструирования.

Каковы основания логики?

Если мы логически конструируем и определяем нечто, обычно считается как: мы задаём определение аксиомы, и из них, в последствии, мы получаем разные производные результаты. При этом надо отметить, что определения имеют обязанность быть логичными (что я считаю аналогом конструирования, хотя есть и другие варианты описания данного момента. Так, в феноменологии есть понятие конституирования, которое не совсем конструирование, хотя определение разницы двух этих понятий тоже есть сложная философская проблема). Тем не менее, мы как-то получили определение. Если брать конкретные науки, то определения там конкретно мотивированны. Они позволяют, с одной стороны, сконцентрировать определённости, которые характерны для данного типа объектов, а с другой стороны, отделить от других объектов, которые не обладают именно этим набором специфических определённостей. Не зря, поэтому, считается, что в определения понятий входят существенные признаки. Мы их как-то выделили. Непонятно, правда, почему мы выделили именно их, но, обычно, учёные, которые развивают какую-то предметную

область, они более-менее согласны, что это существенно, но это уже к проблеме сущности.

Определения предметно мотивированны. Это означает, что у логики, как она применяется в построении научных моделей, есть внелогические основания. Задание определения как раз внелогическое, потому что логика вам не ответит, какое определение брать. Это решается вне логики. Аналогично аксиомы. Обычно они рассматриваются как некоторые связи определений, и современные логики более-менее делятся на две части: одна считает, что определение — это замаскированная аксиома; другая, что аксиома — это замаскированное определение.

Функция у аксиомы и определения близка. Тем более, если мы говорим про классическое гильбертовское формальное замечание (Давид Гильберт аксиоматизировал почти полностью геометрию Евклида). Гильберт говорил так: "что такое точка? Это объект, который удовлетворяет аксиомам геометрии". То есть мы можем считать что, если у нас соотношение объектов позволяет применить аксиомы геометрии, то то, что там получается, это точка. Он провозгласил некоторую независимость формальных логических неопределенностей от их интерпретации на какой-то модели, субстрате. Здесь я его дополню. При этом онтологическое различие между точкой, прямой и плоскостью остаётся. У нас нет возможности абсолютно произвольно играть с интерпретациями геометрии. Нужно рассматривать, подходят ли под рассмотрение только такие интерпретации геометрии, где сохраняется это различие в определениях и аксиомах, ибо внутри них заложены онтологические различия. Пример: у нас есть треугольник ABC и математики обозначают противолежащие вершинам стороны аналогичными буквами, только маленькими, abc . Выстроим отдельно ABC и abc , и посмотрим, в каких отношениях они находятся. Прямая b , проходит через точки A и C , прямая a проходит через точки B и C , прямая c проходит через точки A и B . Получается такая симметричная фигура. Но, с другой стороны, точка B лежит на сторонах a и c . Точка A лежит на сторонах b и c . И т.д. (схема 19). То есть в теории, в которой на рисунке треугольника точки и стороны эквивалентны и мы можем говорить о соотношении $a b c$, имея ввиду и стороны, и $A B C$ вершины. С этой точки зрения, содержание теории не измениться, но при этом обязательно нужно различать точку и сторону, как онтологические типы. А сами утверждения оказываются совершенно взаимозаменяемыми.

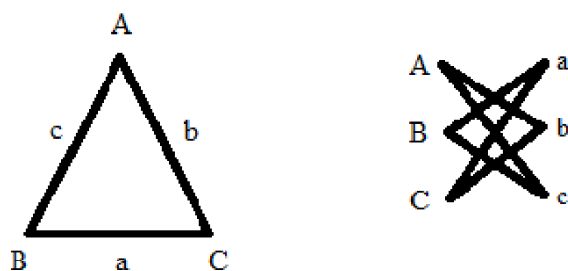


Схема 19.

Вопрос из аудитории: пробовали ли строить геометрию, в которой они не отличаются?

Некоторые очевидные основания для различий, это размерность. В принципе, есть в математике теория кобордизмов, которая как раз касается отображения многообразий разных размерностей. Тем не менее, структуры, которые в этих многообразиях выделяются, они тоже не превращаются вот таким образом. Можно, допустим, трёхмерное пространство спроектировать на одномерную прямую, соответственно все объекты получают некоторое представление на этой прямой. Но, здесь будут точки и отрезки на прямой, если многоугольник, многогранник, но так, чтобы отождествить, допустим, грань со стороной... Может получиться, но это частный случай. Здесь остановимся.

Ещё по отношению к конструктивной роли логики. Современная формализация логики геометрии Евклида существенно её видоизменило. Дело в том, что у Евклида, как сейчас представляют, есть: определения, аксиомы и теоремы, которые выводятся из определения аксиом. Теоремы выводятся не непосредственно из определения аксиом, а из некоторых схем или конструкций, то есть определение аксиомы как базисного идеального объекта. Есть модельные идеальные объекты, например треугольник, и если мы этот объект вводим как базовый, то по отношению к нему верно, что все высоты пересекаются в одной точке, биссектрисы все пересекаются в одной точке, медианы пересекаются в одной точке. При этом эти точки, как правило, разные. Если брать параллелограмм, то там другие вещи выводятся и доказываются.

В зависимости от взятых за базу рассуждения этих модельных идеализированных объектов, то есть схем, конструкций, получаются разные результаты и они непосредственно не связаны. Некоторые могут быть связаны и более ранние результаты можно использовать, но непосредственно, при различии модельных идеализированных объектов, получаются разные линии рассуждений, логической связи.

Если смотреть на геометрию Евклида, её начала, я упомянул о трёх: определения, аксиомы и теоремы,— а у него их пять типов начальных объектов: определения, аксиомы, теоремы, постулаты, проблемы. И вот аксиома параллельных, это пятый постулат, а не аксиома, у Евклида, просто дальнейшая формализация отождествила постулаты и аксиомы. Кроме того, у него есть теоремы и проблемы. Проблемы — это задача, которую надо решить. Утверждение: можно построить биссектрису угла, угол разделить на две части, пополам. Это задача, и там проводится построение, с помощью которого строится эта биссектриса. То есть Евклид различает теоремы и проблемы, аксиомы и постулаты. И ответ на вопрос о том, зачем различать аксиомы и постулаты дала Яновская С.А., советский математик. Она, рассматривая то, как устроены постулаты, обратила внимание на то, что всякий постулат — это задача на построение, которая предполагается решённой. Например постулат: требуется из любой точки, любым радиусом провести окружность. Ещё пример: требуется прямую продолжить прямо. В современном представлении, прямая — это бесконечная линия. Продолжать её некуда. В геометрии античной не рассматриваются бесконечные линии. Несколько позже начнут рассматривать спираль, которая потенциально бесконечна, но вот что делать с бесконечной спиралью, было непонятно. Она рассматривалась в механических задач, как спираль Архимеда. Греки не имели прямого отношения к бесконечности. Так вот, постулат, что прямую требуется продолжить прямо. Это означает, что прямая рассматривается как отрезок прямой и требуется отрезок продолжить прямо. А теперь представьте себе сложность задачи. У вас есть прямая и вы можете продолжить её как угодно, и как продолжить её именно прямо (схема 20)?



Схема 20.

Идеализированная задача, не выполняемая непосредственно, потому что вам надо что-то, не имеющее толщины, продолжить чем то, что не имеет толщины, так, чтобы угол составлял 180° , но как? Можно на эту тему рассуждать, но этот постулат оказывается необходимым для геометрии.

Ещё раз, есть проблемы — просто задачи и их надо решать, строить; а есть постулаты, то есть задачи, которые предполагаются решёнными. Постулат играет логическую роль, но, поскольку он конструктивен, то, получается, что логика Евклида в своём основании конструктивна. Она работает на построениях, конструкциях.

По проблемам логических оснований науки, думаю, мы сказали достаточно.

Лекция 11.

Появление потребности в обосновании математики.

Мы рассмотрели основные вопросы касавшиеся логических оснований научных моделей. Моя точка зрения заключается в том, что у логики есть некоторое право, чтобы претендовать на создание подструктуры научной модели, но она сама, в свою очередь, не может быть полностью логизирована, формализована.

Поговорим о различных видах математики и точных наук вообще.

В математике, самой по себе, до 19 века не чувствовалось потребности в обосновании. Это была в некоторой степени внешняя задача, как, скажем, обосновать математику в качестве занятия, которым прилично заниматься свободному греку или обосновать как то, что не сбивает душу с истинного пути (понимавшимся как восхождение души к Богу).

В 19 веке появляется неевклидова геометрия. Хотя и раньше были математические объекты, серьёзно изменявшие математику, но с ними не было вопросов, которые казались бы слишком важными. Например: мы берём уравнения, решаем их, и некоторые не решаются, а вот если ввести мнимые числа, то хорошо считается (I — *imaginable*). Их все воспринимали как выдумку (эти числа), но они оказались полезными. Ввели также бесконечно малые. Беркли, допустим, рьяно выступал против, говоря, что этого нет, что это разные вещи, придуманные безбожными математиками и физиками. Отчасти, он имело основания. Так, например, Ньютон учился и работал в месте, которое было оплотом унитариев (секта, согласно которой Бог не троичен, а един). Подобное было во Франции под названием янсенизм. И тот же Декарт был янсенистом. Но это всё внешние вещи.

Математики не обращали на всё это внимания, работали и получали хорошие результаты. В 19 веке получилось, что геометрий может быть принципиально несколько и уже тогда становится актуальным вопрос о том, как математика относится к миру. Какая геометрия в мире: Евклидова или нет? То, что математические объекты идеальны, признавали практически все. Другой вопрос, что если у нас есть идеальный, идеализированный объект, может ли он быть реализован? Платонизм говорит о том, что не просто может быть, а должен быть. Прообразы всего сущего в мире математические, идеальные и т.д. Но вот, появилось две несовместимые геометрии. В Евклидовой геометрии можно создать фигуру подобную другой фигуре. Можно взять квадрат, треугольник, увеличить в два раза стороны и будет такой же треугольник, с сохранением углов, или будет квадрат, больший по площади в 4 раза, а по длинам в 2 раза. В геометрии Лобачевского не существует подобных фигур, фигуры могут быть только равны или не равны. То есть мы не можем увеличить длины, сохранив углы.

Другой пример совместимостей в неевклидовой геометрии: существует минимум площади, который может иметь треугольник.

Указанные выше моменты онтологически несовместимы. Естественные для Евклидовой геометрии преобразования неосуществимы в геометрии Лобачевского и наоборот.

Как известно, Евклидова геометрия — геометрия с нулевой кривизной, Лобачевского — геометрия постоянной отрицательной кривизны, а Римана — с постоянной положительной кривизной. В геометрии Римана также подобных фигур нет (то есть берём отрезки, которые считаем прямыми и из них строим разные вещи, проще всего треугольник, и подобных треугольников нет, они могут быть только равными). Более того, здесь есть двуугольники. То есть можно провести множество прямых через особые точки (на схеме 21, это точки пересечения окружности шара и сечения шара). Прямая, в такой геометрии, это линия, которая образуется сечением сферы, проходящей через центр. Плоскость, проходящая через центр, образует сечение и оно, это прямая в Римановской геометрии. Соответственно, есть бесконечно много прямых, которые проходят через полярно удалённые точки. И вот у нас двуугольник (сечение шара на схеме 21) и таких двуугольников бесконечно много и у каждого из них конкретная площадь.



Схема 21.

Кант основывал свою концепцию априорных форм чувственности на математике, ибо полагал, что в основе пространства, как формы чувственности, лежит геометрия, или геометрия выражает эту форму чувственности, которой является пространство. Также и время, он считал, что число выражает время, или, по крайней мере, они структурно соотносятся. В «Критике чистого разума» он это не говорит, а вот в «Пролегоменах», которые должны пояснять тем, кто не понял «Критику чистого разума», он всё это говорит. Математические структуры у него единственны, априорны, истинны, являются условиями порождения явлений, синтеза явлений из чувственности. Более того, он полагал, что такой синтез, в случае с явлениями, всегда истинен, потому что абсолютен и необходим. Уже другое дело, как с этими синтезами явлений работают рассудок и разум, там могут быть ошибки, но если всё правильно делать, то получается единая и единственная схема знаний, по Канту.

И тут оказывается, что геометрий несколько. И что делать математикам? Она была хороша, умозрительна, чистая, точная, истинная, и оказывается, что возможны несовместимые математики. Внутри сами математики довольно быстро разобрались с этим вопросом. В частности, Бернхард Риман изобрёл нечто лучше даже своей геометрии, он изобрёл теорию многообразий, и оказалось, что пространство, это частный случай многообразий. Возможна, по крайней мере, общая теория многообразий, и там, как частный случай, геометрии, в том числе. Математики, работавшие с этим, приняли это к сведению, стали опираться на это, а те, кто хотел видеть математику единственной, строгой, более очевидной, они стали спрашивать: а каковы основания? Пришёл Кантор, создал теорию множеств, и оказалось, что эта теория является хорошим основанием. Но обнаружилось, что наивная теория множеств имеет противоречия, и нельзя на ней основываться.

В итоге стало понятно, что геометрий много, теория множеств противоречива, разве что числа, они оказались хорошим предметом, потому что никак неизменны и везде одинаковы. И, соответственно, математика тогда не посягала на логику.

Логицизм.

Тогда возникла идея, что раз математические теории такие странно устроенные, то надо попытаться найти что-то естественное. Кронекер говорил: «Бог создал натуральные числа, остальное дело рук человека». Натуральные числа здесь как нечто абсолютное, истинное, единственное.

Издавна считалось, что у математики два типа оснований: геометрия и арифметика. Геометрия имеет дело с величинами, арифметика с числами. Когда возникла конструкция действительного числа, это геометрическое представление, то показалось, что они (геометрия и арифметика) хорошо совместимы и одно другое может основать. Раз геометрия не может основать, то число, может быть, сможет основать. К примеру: диссертация Гуссерля была посвящена началам арифметики; Риман, когда осуществил своё преобразование, прочитал лекцию «О гипотезах, лежащих в основании геометрии». Раньше думали, что геометрия на аксиомах основана, а тут гипотезы. То есть изменился статус логический, онтологически, потому что гипотеза — это нечто такое, что может быть истинным или нет. То есть геометрия была вынесена из разряда самоочевидных истин. Арифметика держалась. Гуссерль пытался найти основания арифметики, основания чисел, защитил диссертацию, но сам был принципиально недоволен, ибо обоснования не получилось. Вообще, когда он это делал, то, в основном, опирался на психологические теории. Он попытался двинуться в сторону логики, отделив её от психологии, на основании работ Brentano. То, что от него легло в феноменологию, это различие между сущностями духовными и физическими. Духовные имеют интенцию, направленную на что-то; физические не на что не направлены. Гуссерль пытался обосновать математику, перешёл к логике, и пробовал феноменологической логикой, которую пытался выстроить.

Аналогичные идеи были и у других, например у логиков формалистов. Они предполагали, что можно рассмотреть некоторые общие закономерности строения символьных систем, и эти закономерности будут логическими. Проект, который далее стали развивать Рассел с Уайтхедом. Их работы легли в основу Венского кружка. Эти логицисты пытались обосновать математику логически. Но здесь вопрос, что обосновывать? Рассел с Уайтхедом пытались обосновать арифметику, на основании системы аксиом Пиано. Их задумка была в том, что если из этой системы аксиом, которая описывает натуральные числа, получить всю теорию чисел, то должна появиться возможность провести соотношение числа и геометрической величины. Тогда у нас геометрия будет производной, вместе с теорией многообразия, то есть когда у нас имеется несколько независимых числовых измерений, каждое из которых несёт геометрическое. Так, в принципе, казалось, что можно математику обосновать.

Их работа завершилась тем выводом, что логически, опираясь только на систему аксиом Пиано, теорию числа построить нельзя. У них была неявная предпосылка в том, что настоящая, нормальная логика, содержательная, которая управляет рассуждениями, это логика финитная (то есть опирающаяся на конечное число аксиом и предполагающая, что любое положение может быть реализовано конечным выводом), то есть это метаматематика, метатеория. Оказалось, что это не верно, что математику без аксиомы бесконечности не построишь, а аксиома бесконечности не очевидна. Её трудно сформулировать, чтобы она была также понятна, как и другие.

Допустим: аксиома Пиано. Существует единица. Очевидно, что единица существует. Существует и следующее число. То есть для любого натурального числа существует следующее. Дальше, есть две аксиомы. Если у нас есть натуральное число x , и a и b , это числа следующие за x , то $a = b$. Следующее число единственно. Другая аксиома, что если есть a и b , и следующие числа совпадают, то a и b , тоже совпадают. Всего таких аксиом 5. Из этих аксиом можно многое вывести, но натуральный ряд нет.

Это был удар для логицистов. Были ещё удары, но были и другие направления обоснования математики.

Формализм.

Если мы имеем некоторую математику, то можно предположить, что эту математику можно формализовать. Это уже другое направление – формализм. Его разрабатывал Гильберт. Он, учитывая бесславный опыт логической формализации арифметики, создал направление формализации. Он полгал, что любая область математики имеет форму, отличную от другой формы, и когда мы создаём аксиоматику, мы фиксируем эту самую форму. Отсюда и его положение, что когда у нас имеется объект, то принадлежит ли он какой либо математической области, ответ на это даст сравнение этого объекта с аксиоматикой этой области. Если объект удовлетворяет аксиомам, значит, он является объектом этой области.

Гильберт полагал, что так формализуя, то есть, не давая некоторых начальных определений (в смысле в таком же порядке, как это делали логицисты), создать систему аксиом, которая полна, аксиомы которой были бы независимы, чтобы она позволяла вывести всё содержание некоторой предметной области. По отношению к геометрии Евклидовой, это получилось.

Когда мы берём геометрию Лобачевского или Римана, мы просто меняем пятый постулат, который считается аксиомой. Грубо говоря, через точку вне прямой проходит единственная прямая, не пересекающаяся с данной прямой. Это пятый постулат Евклида. Через точку вне прямой проходит как минимум две разных прямых, не пересекающих данную прямую. Это геометрия Лобачевского, а если две, то их бесконечно много, потому что они образуют некоторый угол, и в створе, внутри этого угла, бесконечное множество прямых. Геометрия Римана, через точку вне прямой нельзя провести прямую, не пересекающуюся с данной.

На основе этих вариантов строятся плоские геометрии, трёхмерные геометрии. В чём была привлекательность геометрии Евклида? В том, что она была полной. То есть там долгое время не удавалось найти какую-либо теорему, которую не предусмотрел Евклид. То есть эта геометрия конечная. Но, в 19 веке Карл Гаусс доказал одну теорему, которой не было у Евклида. А именно, что существует способ построения правильного семнадцатиугольника. Правильный, то есть, в частности, вписанный в круг.

Вторую полную систему сделал Лобачевский.

Была формализована геометрия Евклида, в виде программы на машине, машина же доказала две теоремы, которых нет у Евклида. Но эти две теоремы относятся к разряду абсолютно очевидных. Например, что диаметр окружности делит её пополам. А так, это полная замкнутая конечная система знания.

Гильберт создал аксиоматику (21 аксиома), которая формализовала геометрию. Он существенно пополнил список аксиом, но не окончательно (Паш добавил ещё одну: если у нас есть треугольник и одну из его сторон пересекает прямая линия, то эта прямая линия пересечёт другую сторону).

Идея о том, что аксиоматическая формальная структура полностью определяет содержание теории, она оказалась очень притягательной, и в этом направлении стали работать математики, которые создавали аксиоматические теории разных предметных областей математики. Например: теорию вероятности аксиоматизировал Колмогоров в середине 20 века. Теория дифференциальных уравнений не аксиоматизирована до сих пор.

После Гильберта его дело продолжили многие математики, в том числе и группа, взявшая коллективный псевдоним «Никола Бурбаки». Во французской

культуре это что-то вроде Козьмы Пруtkова. То есть тупой резонёр, доверяющий только тому, что непосредственно пред глазами, и изрекающий очевидные истины с соответствующим видом. В Польше аналогичный персонаж Рох Ковальский. Тупой, но сильный.

Так вот, группа «Никола Бурбаки» в 1960-ых годах начала издавать серию «Элементы математики». Это была группа анонимных (изначально) аспирантов и преподавателей, где имели право состоять участники только до достижения 50 лет. Так вот, они математику до сих пор не формализовали. Хотя сама идея вроде есть, и есть кое-какие результаты. Другие математики из других математических школ очень неприязненно относились к деятельности Бурбаки из-за весьма сложного языка; системы понятий, которая вводилась совсем не в связи с начальными математическими понятиями и образами. Их критиковали, в том числе, за то, что они считали, что математика, это наука об абстрактных структурах, но при этом не были способны дать рациональное определение понятия «абстрактная структура».

Проект формализма тоже был весьма значимым, но большая часть математиков по факту отказалась и от формализма и от логицизма по причине того, что Гёдель доказал неполноту формальных систем и, соответственно, здесь можно было поставить крест на этих попытках окончательной формализации. Но, правда, это было доказано для систем, содержащих формальную арифметику. В других системах, возможно, иначе.

Я вкратце описал две программы обоснования математики: логицизм и формализм. Приверженцы этих программ есть до сих пор.

Проблематика обоснования математики по факту оказывается поддерживаемой со стороны философов, логиков. Но не все математики являются философами и логиками.

Некоторый итог двух программ – они имеют сомнительную ценность.

Интуиционизм.

Ещё одна программа, которая реализовывалась, это программа интуиционизма.

Основателем был Брауэр. Эта программа опирается на неклассическую логику. В интуиционизме неверен закон исключённого третьего. Математика, которая при этом получается, отличается от той, что известна по школам и ВУЗам. Интуиционизм опирается на представление о некотором принципе, порождающем последовательность. Этот принцип интуитивен и локален. То есть мы этот принцип применяем всегда к конкретной конструкции, которая построена, воплощая последовательное порождение объекта. "Интуитивно понятно, что линию можно продолжать, если она конечная, можно продолжать её гладко, если она гладкая, можно прямо, если она прямая", — это

пример их рассуждений, но вещи, о которых они говорят, более сложные по своим основаниям, чем приведённые.

Эта свободно становящаяся последовательность, которая является основным принципом, с её помощью нельзя доказывать чистых теорем существования.

Пусть у нас есть отрезок и какая-то функция, отрезок на оси x , и в точке (что изображена над отрезком) она принимает значение больше нуля $f(x_0) > 0$, а в точке x_1 , $f(x_1) < 0$. И функция непрерывна. Тогда существует хотя бы одна точка на отрезке, где функция этот отрезок пересечёт (схема 22).

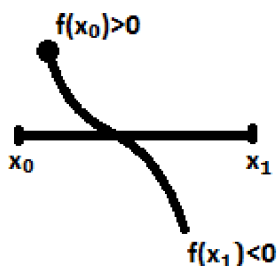


Схема 22.

Это теорема очевидна, доказать её в классической математике непросто. Но в интуиционистской математике она не верна. Потому что мы не можем построить эту точку пересечения, соответственно, она не входит в ряд становящихся последовательностей, который мы осуществляем, и, соответственно, её нет. Такая логика суждений.

Интуиционизм, это более «жёсткая» математика, чем классическая. Она по содержанию отличается и в ней многие вещи, которые используются, которые важны в классической математике, отсутствуют. Некоторые математики хотят, чтобы всё было интуитивно, ясно от начала и до конца. И вот они приверженцы интуиционизма. Они готовы смириться с тем, что значительная часть математики будет при этом выброшена. Но большинство математики точно также «с высокой башни плюют» на этих интуиционистов. Пользуются тем, чем они пользуются, у них получаются хорошие результаты, и почему они у них получаются, их не волнует. То есть есть программа интуиционистской математики, она развивается, но, в некотором смысле, она повторяет судьбу логицизма и формализма, как программа обоснования математики. Не интересно работать такой математикой. С ней нельзя решать задачи.

Для математика существенно важно то, что математика позволяет решать задачи. Не существует теории, по крайней мере, в математике, которая не решает хоть какую-нибудь задачу.

Есть ещё одна разновидность интуиционизма, конструктивизм. В зарубежной литературе их не различают. В России в советское время различали, сейчас подвешенное состояние. Его разработал советский логик Марков. Он разработал точное понятие алгоритма, как некоторой конструкции, порождающей объекты. В математике, согласно конструктивизму, существует то, для чего есть алгоритм, который является разрешимым или может быть завершён за конечное число шагов.

Эта точка зрения, по сути, ещё более жёсткая, чем интуиционистская. Хотя она получила огромное распространение в связи с развитием вычислительной техники. Это более узкая математика, но разрешимые задачи здесь именно разрешимы, то есть здесь можно получить именно точный ответ, при решении задач.

Разные способы обоснования математики связаны, например, со статусом существования математического объекта. Когда существует математический объект? Когда я ясно его представляю? Когда я имею алгоритм, которым я способен его построить? Когда я доказал, что он должен существовать? Как вообще соотносятся существующие математические объекты со способностью человека? Способны ли вы представить себе бесконечное множество бесконечностей? У разных людей ответы на эти вопросы разнятся.

Я немного сказал о программах обоснования математики. В разных курсах философии математики эти проблемы рассматриваются в первую очередь. В моём курсе они являются побочными, поскольку я подхожу к этим проблемам с другого угла, в другой оптике. Здесь же и вопросы как соотносится математика и логика, что на чём основано? Сейчас логика, это фактически математическая логика. Конечно, сохраняется ещё формальная логика, её преподают юристам. Ну а если математическая логика, то встаёт вопрос о её соотношении с математикой.

Проблема доказательства в математике.

Есть проблема доказательства в математике. С одной стороны, доказательство, это нечто логическое. Когда мы можем построить доказательство, то мы уверены в истинности того, что доказано. При этом существующие доказательства конечны. Как говорил Аристотель: "если бесконечно доказывать, то ничего не докажешь". Цитирую не точно.

Но математики люди, в их доказательствах могут быть «дыры» (необоснованные переходы) или ошибки. В математических предметах увидеть такую ошибку довольно сложно, если содержательно подходить. Пример: есть алгебра, в ней теория групп, и такая разновидность групп, как конечные группы, в которых конечное число элементов. Но конечных групп бесконечно много. Вопрос: как они устроены? Можно ли их как-то классифицировать?

Вначале 1980-ых годов группа математиков решила исследовать, как устроены конечные группы. У неё был некий мозговой центр, но в эту группу входило около сотни математиков. Они работали около 15 лет, и в 1995 году они решили, что они доказали эту теорему. Они начали готовить всё к печати, и в 2002 году они стали печатать своё доказательство. Там должно было быть 4 тома, но когда они дошли до 3 тома в 2006 году, выяснилось, что во 2 томе есть «дырка». Они остановили печать, бросились закрывать «дырку». Закрыли. Я, честно говоря, не знаю, закончили ли они печать своего доказательства, но если и закончили, нет ли там другой «дырки»? Вопрос: доказана ли теорема о классификации конечных групп?

Математики делятся на две группы. Одна, что доказательство сделали хорошие математики, которые почти не ошибались и им можно верить, что, в конце концов, это доказано. Другая говорит, что нет, что никто не проверил, и что это не теорема, а некая гипотеза, что нет доказанного факта.

Или, допустим, теорема о четырёх красках. Она была доказана машинным образом. Но, во-первых, в машинных программах бывают сбои, во-вторых, есть разные способы реализации программ, и не факт, что если мы иначе сформулируем программы, будет тоже самое. Вопрос: доказана ли теорема о четырёх красках? То же самое с теоремой Ферма.

Проблема доказательства. Если в математике что-то доказано, то что это значит? Когда действительно есть доказательство и каков статус всех математических утверждений? Может в известных нам доказательствах мы до сих пор не разглядели «дырки», не во всех, но в сложных случаях?

Это ещё одна проблемная точка в развёртывании философии математики, развитии математики, самопонимания математиками себя и своего предмета.

Собственно предметная область математики.

Ну, я перехожу от собственно оснований математик к конкретным реализациям структур, которые можно назвать математическими.

Начнём с рассуждений о собственно предметной области математики. Я уже высказывал общий тезис, который я буду подтверждать, что предметная область математики развивается, в ней появляются подобласти, которые частично могут пересекаться. Скажем, частично пересекаются классическая математика и интуиционистская или конструктивистская математика. В ней возникают конструкции, которые требуют особого типа развитого субъекта и без такого типа субъекта с этими конструкциями работать нельзя. Но это с точки зрения математиков. Когда математику начинают использовать другие науки, то математики может ревниво, может пренебрежительно относятся к этому. Потому что, что, например, делают физики? Они используют математику так, как её нельзя использовать: некорректно, неточно,

нечётко, игнорируя разные требования существования результата и т.п. Но используют, и со своей «высокой колокольни плевать хотели» на математиков.

Это многообразие представлений математики, математических практик, возникновение новых типов математических объектов. К математике можно применить такое замечание, которое, некогда, Людвик Флек сделал по отношению к науке вообще: "математика развивается вместе с развитием и изменением собственных оснований". У Германа Вейля, математика первой половины 20 века, есть работа, под названием «Симметрия», в которой он делает замечание, фактически, довольно точно описывающее положение дел в математике: «Здание математики никогда не возводиться, начиная с фундамента. Здание математики строиться одновременно ввысь и вглубь. Кто-то из математиков докапывается до всё новых и новых оснований, кто-то строит эту надстройку над основаниями, занят на верхних этажах». В общем, это замечание относится к любому периоду развития математики. Изменение предметной области, изменение субъекта, изменение объекта. Такая структура, которая как бы из самой себя развивается.

Я бы сказал, что математика открывает перед умом множество разнообразных порядков. При этом эти разнообразные порядки, когда мы принимаем их существование или вынуждены принять их существование, оказываются реальными, неотменимыми. Рабочее определение реальности, на мой взгляд, дал Ортега-и-Гассет. Он сказал, что: **«реальность — это то, от чего нельзя отказаться»**. Во многих случаях от математики нельзя отказаться. В случае сложных взаимодействий, ситуаций, сложного выбора. Если есть подходящая математика, не стоит вопрос о том, применять её или нет. "Если есть, конечно же применить, она же так хорошо работает!", — это часть математической идеологии.

Сама проблематика математической идеологии довольно новая в философии. Обычно идеология, это что-то политическое, но сейчас есть математическая экономика, и, допустим, есть деятельность ФРС, которая основывается на математических теоремах. А вот степень их применимости, это уже вопрос. Эта ли математика здесь нужна? Эти вопросы интересны. Но они до сих пор не очень разработаны.

Лекция 12.

Начнём рассмотрение собственно предметной области математики, её развития.

Начать можно с разных сторон. Математика, как нечто теоретическое, это геометрия. О теории чисел в древности можно говорить только в очень особом смысле.

Первая программа, которая теоретически, философски претендовала рассмотреть основания математики, саму её рассмотреть как основание мира, — это пифагореизм и это про числа. Начну я с чисел, поскольку в традиционных системах знаний, мировоззрениях, в том, что называют протонаукой, числовые аспекты были выражены лучше. Разные геометрические слова и термины были отглагольными прилагательными (то есть, например, сначала "круглый", потом "круг"), хотя бы по той причине, что для выделения круга требуются серьёзные абстракции, а нечто круглое можно буквально "найти под ногами". Даже не круглое, а, скорее, сферическое, потому что первоначально люди воспринимали то, что можно назвать геометрическими характеристиками и соотношениями, как нечто реализованное в вещах, а вещи плоские только с одной стороны, если они, конечно, плоские, в то время как круглые, то со всех сторон.

Есть точка зрения, согласно которой числа, это то, что известно всем народностям. Это неверно. Например, существует племя Пираха, у которого нет числительных. Нет их не только как отсутствие слов: "один, два, три,..", но там нет и соответствующего множественного числа. Что-то в единичном числе, что-то во множественном, — таких грамматических различий у них нет. Пираха различают «мало» и «много». «Мало» — это, в основном, один и два, иногда три. «Много» — это бывает три и больше. То есть чисел в точном смысле слова нет. Некоторое соотношение "больше", "меньше" уже как бы есть, но в их практике, им, по видимому, не нужно иметь такие слова, которые выражают именно эти смыслы. Излишне говорить, что геометрических представлений у них тоже нет. То есть это этнос, почти не затронутый математикой.

Во всех остальных случаях люди приобретают те или иные сведения о числовых и, отчасти, геометрических характеристиках вещей. В общем-то, первоначально, математика, когда уже были знания, ещё не теоретизированные системы знаний, включала счёт и некоторые более или менее развитые умения находить геометрические соотношения.

Что характерно для начальных стадий освоения математического предмета?

Их можно рассматривать в филогенезе и онтогенезе. Филогенез — это как у обществ и сообществ развиваются эти представления. Онтогенез — это как отдельный человек овладевает этими предметами, в данном случае, числами.

Начальные представления о числах связывают их с некоторой качественной характеристикой чего бы то ни было. Здесь пифагорейская программа называется математической несправедливо. Числа, для пифагорейцев, это онтологические принципы, при этом единица и двойка не числа. Выделенные числа, это от трёх до десяти. Есть определённый аспект в выделении числа десять. С одной стороны, десять пальцев на руках, ногах, но, допустим, как происходит счёт в обществах, отчасти первобытно-общинных, отчасти на родоплеменном уровне развития? Надо что-то посчитать. Он (обычно, в таких обществах считают «уважаемые люди», которые, часто, мужчины) использует правую руку, левую руку, правую ногу, левую ногу. Не хватает своих, считает по рукам и ногам жены. Не хватает их двоих, берут соседей. Это отличается от нашего счёта, при котором, когда надо посчитать на пальцах, мы более-менее обходимся одной рукой. В тоже время дети, когда овладевают счётом до 10, им нужны счётные палочки. Пальцы в счёте до 10 хорошо помогают. И некоторые дети лучше других в классе перебирают пальцами. Но когда переходят к 20, они уже несколько хуже. Когда до 100, то такой ребёнок становится из отличника двоишником. То есть другие дети, которые не столько хорошо освоили технику пальцевого счёта, они от этой техники способны психологически отказаться и перейти на другой, символический уровень. У некоторых детей пальцевой уровень освоения оказывается базисным и они от него, по причинам скорее всего психологическим, отказаться не могут и становятся отстающими в математике. Это вопрос о том, насколько хорошо нужно овладевать какими-то математическими средствами, насколько это формирует некоторый тип субъекта, и что это формирование типа субъекта может ограничивать дальнейшее развитие этого типа субъекта. Это показывает, что уже здесь предмет математики претерпевает качественное преобразование по отношению к некоторой повседневной практике.

Есть множество разного рода историй такого рода, как например: "Ходжа Насреддин был уважаемым человеком, он умел считать и всегда знал, какое сегодня число месяца. Он каждый день кидал камешки в специальный кувшинчик и когда к нему приходили спросить, какое число, он высыпал камешки и пересчитывал. Однажды его сын решил помочь папе и насыпал туда горсть камешков и, когда у Ходжи снова спросили, какое число, он снова несколько раз пересчитывал, и сказал: "ничего не понимаю, но получается что-то вроде 53 Навроза"".

Здесь, когда мы считаем дни в месяце, мы делаем это очень естественно, новый месяц, и дни заново начинают считаться. Но вообще, это установление, с одной

стороны, очень практично, важно, что год разделён на более-менее равные промежутки, которые хуже, но соответствуют периодам Луны. Но с другой стороны, значительная часть сообщества не умеет считать дни.

Допустим, как происходили торговые операции в Древней Греции? Два уважаемых свободных человека заключают договор, что один другому даёт столько-то баранов, а другой даёт столько-то амфор с вином. Они приходят туда, где находится собственность одного из них, пересчитывают. Как пересчитывают? У одного гражданина есть учёный раб, он пальцем прикасается к баранам или амфорам, в слух считает, и все удостоверяются, что он считает правильно. Потом учёный раб второго гражданина. Если всё сошлось, то "хвала Богам", есть божественное соответствие и т.д. А свободному человеку стыдно прикасаться к материи. Свободный человек может камешки посчитать, это всё таки такой математический объект (числа представлялись камешками, то есть были счётные камушки «псефы»). Умозрительно он может представить себе закономерности этих чисел, но вот буквально трогать материю, этого не было.

Вот тоже пример счёта. Есть два топора, это, скажем, 10 баранов. И два десяти, конечно же не равно, но торговые сделки заключаются, потому что есть некоторая справедливая пропорция. То есть справедливость заключается в приравнивании разных чисел. Так-то просто приравнять пять баранов пяти баранам. Ну, можно, наверное, но если пять баранов жирных и пять баранов худых, то их опять-таки не приравняешь, несправедливо будет. То есть число не отделено от качественных характеристик. И сравниваются качественные и количественные характеристики.

Другой пример: ограниченность числового ряда. Есть точка зрения, что в языке числительные развиваются в связи с различными этапами развития чего-либо. Например, развитием военного дела. Сотник – тот, кто руководит сотней. Но у него никогда не бывает в подчинении ровно сотни. Кто-то ушёл, кто-то болеет и т.д. Также тысяча – тысяцкий. Но вот даже этой тысячей он реально управлять не может. Нужна иерархия. Есть точка зрения, что тысяча возникла в русском языке, потому что у татар были подразделения по тысяче, «тумены». Не будем вдаваться в этот спор. Но как в русском языке развертывалось? Было понятие "много". Ломоносов писал:

"Открылась бездна звёзд полна;
Звёздам числа нет, бездне дна."

В каком смысле "нет числа"? Посчитать то можно, хоть и сложно. Означает это, что такое число неудобопригодно, с ним нельзя работать. Оно не практично и, соответственно, числа, с которыми работали, они получали названия: десятки, сотни, до тысячи требуется уже чего-то много. Обычный человек обычно такого не имеет, а если и имеет, то считать не будет. Например: есть сахарный песок. Если прикинуть, то в килограммовой упаковке явно больше тысячи песчинок сахара. Но станете ли вы их

считать? Вопрос какой-то бессмысленный, по сути. Если человек начинает считать сколько у него песчинок сахара, то есть основания озаботиться его психическим здоровьем. Зачем их считать? Не практично, не нужно и т.д.

Счёт, это важная вещь, это точное знание. Допустим, когда Леви-Брюль описывал первобытного охотника, он описывал следующую ситуацию: У охотника около 15-20 собак. Он идёт на охоту и знает, все они или нет. Знает, кого нет, если нет. Ему достаточно. Знать что их 15 или 20, ему это совершенно не нужно. Некоторая качественная необходимость: все — не все, целое — не целое, с недостатками или без недостатков. У аборигенов на островах Миклухо-Маклая было знание самого большого числа — 256. Почему? Больше свиней не бывает. Свинья — это важный объект, он мерит богатство, ресурсы и т.д. Листьев в лесу на деревьях больше, но кому придёт в голову считать листья на деревьях? Нет смысла тратить усилия и время, чтобы считать совершенно ненужное. Это могут позволить себе математики, но тогда математиков не было.

Ещё пример: мой знакомый рассказывал про свою внучку. Они пошли гулять, а её научили считать до пяти. Они идут мимо прудов, что расположены вдоль дорожки и она радостно считает: "первый пруд, второй, третий, четвёртый", — "Молодец Машенька, ты правильно посчитала". Идут обратно: "четвёртый пруд третий, второй, первый". Она воспринимает "первый", "второй", "третий" как собственные имена. Не как порядок собственно пересчёта, а как собственные имена. И вот присвоить кому-то имя, это, в частности, получить над ним власть. Известная сказка про козлёнка, который умел считать до десяти. Там животным очень не нравилось, когда он их считал. Почему? Потому что он каким-то образом приобретал над ними власть, знание какое-то и т.д., которое они сами не знали и подозревали, что это что-то нехорошее. У племён, которые живут на Шри-Ланке, есть убеждение, что есть люди и обезьяны, и они очень близки, но обезьяны умнее людей, потому что обезьяны не разговаривают. Потому что если бы они разговаривали бы, их бы заставили бы работать. Во многом знание тоже и многая печаль. То знание, которое человек приобретает, умея считать, этот некоторая власть.

Знания, связанные со счётом, развёртывались и развивались в структурах, которые начинали становиться государственными, а также в самих государственных структурах. Именно они создают первый набор математических задач. Для того, чтобы стать чиновником, необходимо знать. Что должен был знать писец в Египет? Тот самый писец, который обладает выделенным положением. Во многих руководствах для писцов написано: "единственный, кто не платит налоги, это писец, запомни это". Государственный, храмовый чиновник, здесь нет для нас достаточно чёткого различия, потому что храмовые писцы выполняли по факту государственные функции. Они определял справедливость сделки, того самого обмена. Это, кстати, к тому, почему к евреям плохо относились окружающие народы. Потому что они разрушали

экономическую структуру сообщества, а именно: Для того, чтобы заключить сделку, её надо удостоверить со стороны Богов, потому что сделка без такого удостоверения считалась ничтожной. Соответственно, одному Богу поклянется один, другому другой, они приводят в свидетели кого-то, жрецов приглашают. Те оценивают справедливость сделки, Боги удостоверяют её справедливость, обменявшие «пожимают руки» и отдают часть жрецам в качестве платы за труд, потому что оценить справедливость, это важная вещь. При этом чтобы признать сделку, надо помолиться обоим Богам, а евреи молились только своему Богу, чужим отказывались. Это разрушало экономическую структуру общества в те времена. Когда Иисус выгонял торговцев из Храма, что он сделал? Что значит: "торгующие в храме"? С одной стороны, это некоторая торговая площадка, но вообще-то в храмах сидели менялы. Те, кто меняли валюту данного города на валюту другого. Почему Христу задали вопрос на счёт динария? Потому что это важный предмет, с которыми работали в храмах. И вот он торгующих выгнал, разделив, как бы, истинный храм иудейской религии от экономики, не в полной мере, но это важный переворот. Но вот переворот на какой основе? Курс обмена, он не может быть качественным, он только количественный. Там качество вторгается, потому что, допустим, у кого-то не золото, а электрум, то есть сплав золота с серебром, и, естественно, это идёт по более низкой цене. Но вот эти предметы, важные для счёта, для фиксации богатства, для установления справедливости, это всё числа. И, наставления писцам, что должен уметь писец? Он должен уметь правильно: писать, считать и урегулировать споры. То есть на суд храмовый приходят люди, у них спор, писец выражает некоторым способом этот спор в понятиях справедливости и там рассуждают, правильно или нет. И, в частности, правильно считать, это дополнительное условие, необходимое, чтобы правильно разрешать споры.

Качественное существование чисел прослеживается и на онтогенетическом и на филогенетическом уровне. Если коротко: зачем нужны числа? Чтобы различать множества. При этом не просто множества, а в некотором смысле однородное. У некоторых африканских народностей есть два ряда числительных. Один для предметов более-менее округлых, плавных, без острых углов и т.д. Другой для предметов, у которых есть колючки, шипы и другие резко выступающие части. И вместе посчитать яблоко и ежа в принципе, не получится, они считаются по единице. Допустим, у некоторых народностей Тихого океана есть числительные, которыми считают людей и, помимо этого, есть отдельные числительные, которыми считают сыновей вождя. Тоже, некоторая политическая обусловленность системы счёта, которая, наверное, была очень практическая, коль скоро она долго существовала. В общем, этап, когда у нас есть некая неоднородная, качественно различная масса того, что хочется точно знать и это точное знание, которое важно тогда, когда это знание многого. Если всё обозримо в пределах двух, трёх, пяти, то там можно обойтись без этого, а если много, так сразу не разглядишь, тогда число помогает различать. Оно является условием этого точного

различения. При том условии, что мы принимаем некоторую однородность того, что считаем.

Насчёт того, как числа входят и входили в практику человеческую можно ещё много рассказывать. Я сейчас постарался зафиксировать этот момент, когда у нас есть число счётное. Счётные числа тоже претерпевают развитие. Мы двигаемся от ограниченного множества чётных чисел ко всё большим множествам счётных чисел, это оказывается связанным с развитием, в общем, производительных сил общества.

Пропорции.

Там, где у нас есть прибавочный продукт, где у нас производится много. Не отдельная семья, не отдельный род, а большое племя, племенной союз, допустим, Делавары, их было порядка 200000, у них были довольно развитые представления о числах, числительных и прочем. И вот ограниченные, постоянно расширяющиеся под воздействием, по сути, общественных потребностей, знания о числах, умение считать. И в этой связи такая линия, которая от части, видоизменяет существенно, качественно преобразует числа. Когда нам нужно соотносить качественно разные величины, при этом так, чтобы они правильным образом соотносились. Здесь возникает математический аппарат пропорций. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$. Что значит математический? Сейчас мы рассматриваем пропорции как числа. В частности, выше приведённая, это как бы очевидная дробь. Хотя в математике и физике такое отношение: с одной стороны, дробь, а с другой, некоторая особая функция. Что такое скорость? Это путь делённый на время. Путь, это величина, измеряемая одним способом, время другим способом, мы получаем третью величину. Разные размерности, разные измерения.

Когда у нас имеются эти соотношения между величинами, то, например, если величины уже однородны, то получается следующее: $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$. Что я сделал? Прибавил по единице (единицы, это $\frac{b}{b}$ и $\frac{d}{d}$). Также отсюда получаем $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$. Это тоже самое, только перевёрнутое. И таким образом, мы можем получить бесконечное число разных числовых пропорций из одной. То есть техника работы храмовых жрецов: у них есть священная установленная пропорция, с которой все по умолчанию согласны и они эту пропорцию, которая выражена в совершенно определённых числах, они её видоизменяют к условиям разных сделок. Считают эти соотношения. Получают из правильной, справедливой пропорции другую правильную, справедливую пропорцию. В Египте, Шумере, Вавилоне математика зафиксирована в виде как бы задачников. Есть некая задача, её надо как-то решать. Писцы изучают, как решать задачи и, затем эти канонические правила решения задач применяют. И в египетских математических папирусах: задача; затем, сделай то-то, то-то, то-то; получишь вот это, и это будет священная истинна. Получается такая священная математика. То есть по структуре, действиям, это математика, но некоторая "божественная", каноническая, я бы сказал.

При этом ещё одна идея, связанная с развитием математики. Первая, это идея увеличения множества чисел и освобождение их от качественных характеристик. Вторая, это отход от начального, классического понимания того, что такое число.

Число в древнем представлении — это множество единиц. Из этого определения вытекает, что единица, это не число. В единице нет никакого множества. Есть разница между одним и многим. Эта разница по-разному осмыслялась. Например, единое — многое. У этого противопоставления понятийного, концептуального представления, есть математическое, есть это самое "одно", "единица", и есть "многое". И единица, это не много. А что такое единица? Это начало числа. Скажем, Аристотель, писал: "наименьшее число — 2". Потому что единица — это не число. У Пифагорейцев и двойка не число. У них единица и двойка, это два принципа, по которым порождается многообразие мира.

Дроби.

Некоторая другая линия развития числовых представлений, это когда, отчасти под влиянием указанных выше соотношений, вводятся дроби. Дроби вроде бы числа, но, дроби — это особые числа. То есть у вас есть одна вторая и одна третья, сколько будет в сумме? Пять шестых. Дроби, до 19 века, это самый сложный раздел арифметики, потому что работать с ними надо по другим правилам, чем просто с числами. Дробь — это сложное число, при этом самостоятельное. И линия, которая ведёт в эту сторону, это линия которая представлена в философии проблемой соотношения части и целого.

У нас есть нечто целое и мы берём от него какую-то часть. Часть, это что? С одной стороны, ясно, что она не целое, с другой стороны, понятно, что она одна. То есть какое-то смешанное существование. Египтяне работали дробями, дроби были особыми сущностями. Они нужны. Есть, допустим у кого-то какой-то участок. Он дарит его кому-то, надо разделить между детьми и т.д. И части нужно поделить справедливо. Для решения подобных задач египтяне ввели систему дробей, сейчас называемую аликвотной. В этой системе есть дроби вида $\frac{1}{n}$, где n — любое целое, которым можно оперировать. Есть особая дробь $\frac{2}{3}$. Некоторым фактом, который с трудом поддаётся объяснению историков математики, что в задачах, которые решали писцы с дробями, в них не было, допустим, дроби $\frac{2}{5}$. В разложении числа на дроби, каждая такая дробь встречалась один раз. То есть нельзя написать $\frac{2}{5}$, можно было написать $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \dots$, которые в сумме дадут $\frac{2}{5}$.

Мне представляется, что здесь, если подходить с точки зрения онтологической, о которой я уже рассказывал, речь идёт о том, что каждая такая единица, это особая сущность и к частям тоже можно было бы применить идею, что часть, это единица. Как

бы мы умножаем целое, допустим, на 17, и у нас получается в этом множестве 17 по 17 единиц. По видимому, у них как раз не было возможности так отождествить, что-то мешало, и они рассматривали эти отдельные единицы как совершенно отдельные единицы, причём, очевидно, что единица просто и единица $\frac{1}{5}$, это совершенно разные вещи. И не масштабируются эти части скорее всего потому, что они воспринимаются именно как части целого, как части, подчинённые целому, а не как самостоятельные единицы. Это моя гипотеза на этот счёт.

Рациональные числа.

Постепенно в понимание числа входит идея рационального числа, и тогда оказывается, что целое число — это частный случай числа рационального. **То есть рациональное число, это число вида $\frac{p}{q}$, где p и q — это целые числа. Речь идёт о положительных числах.**

А что такое целое число?

Это то, где $q = 1$. При таком рассмотрении, когда мы от числа, как совокупности единиц, переходим к числу, как соотношению этих самых совокупностей единиц, у нас начинает получаться нечто нормальное, хорошая математика. В этой математике сложные законы композиции объектов, более сложные чем в числах, но при этом получается так, что мы имеем возможность решать множество задач.

Здесь ещё функциональный момент. Вопрос, почему нельзя делить на ноль? Ноль вроде тоже число, но если мы приняли некоторую обобщённую конструкцию чисел и ноль, то почему то делить нельзя. Один из ответов, что получится бесконечность, что бессмысленно. Но, если смотреть на полноту системы чисел, то получается, что если мы можем делить на ноль, то тогда мы получаем, следующее: Допустим, мы имеем равенство $0 = 0$, ну, разделим 0 на 0, что получим? Получить можем, допустим, что $1 = 2$, потому что $0 = 0 + 0$. И слева один ноль, а справа два. И единица окажется равна двум, трём и т.д. И вообще, все числа окажутся равны. Это с чисто формальной точки зрения. Если допустить это, у нас получается, что мы уничтожаем возможность различать числа, а именно это и есть то содержательное основание, по которому числа вообще вводятся в мир, практику людей. Такой ответ мне представляется философски обоснованным.

Это был один способ расширения понятия числа. Через понятие ratio. Ratio, вообще говоря, это дробь, по латыни одно из значений. Но дробь в древнегреческом языке имеет производный термин *αναλογία* (аналогия). То есть, когда греки соотносили разные величины в таких соотношениях, они строили "анalogии". А в латынь это перешло как некоторое *ratio*, которое переводят и как дробь, и как рассудок, разум.

Здесь я показываю, что есть производная линия соотношения части и целого, и основное стремление, уметь правильно вычислять нечто. И ещё то, что и собственно числа, и операции с числами, их развитие в эту сторону оказывается связано, в частности, с торговлей, но эта частность оказывается определяющей, потому что торговые потребности, когда нужно учитывать остатки, когда торговые партии не точно друг другу соответствуют, их надо как-то вычислять. Дроби — это остатки, в частности, остатки от соотношений целых пропорций. Это тоже линия, ведущая к дробям, через торговую практику.

Отрицательные числа.

Следующий момент в развитии чисел. Хотя и указанные линии развития переплетаются очень тесно и нельзя сказать, что какая-то первая, а какая-то последующая. Например, нельзя сказать, что сначала были целые числа, потом рациональные, а потом отрицательные. Потому что отрицательные — это расширение целых чисел и они могут быть введены безотносительно к дробям. В целых числах мы можем решать ряд простейших задач, например $a + b = c$, и мы знаем классические способы преобразования этих задач, как их решать, как переносить из одной части в другую, прибавлять равные, отнимать равные, умножать, делить. Некоторая техника. Вот сколько нужно прибавить к 5, чтобы получить 3? Прибавить несколько, отнять надо.

Это самое то, что мы отнимаем. С одной стороны, это чисто производная вещь, с другой стороны, возникает отрицательное число. Как? Из торговой практики. Долг. У человека нет чего-то достаточно, но он мне должен. Я точно знаю, сколько у него нет, по условиям сделки. То, чего нет, можно считать и без этого. Уже на данном этапе экономика плохо работает. Здесь даже не только экономика, но и различные государственные вещи. Допустим, есть столько-то рабов и надо рассчитать, сколько нужно хлеба и вина, чтобы они построили амбар такого-то объёма. Очень естественная задача для тех чиновников. Или, допустим, в Китае, есть математическая «книга» — "9 свитков". По числу основных направлений деятельности государства: измерение земли, взимание налогов, постройка судов, постройка домов и т.д. В каждой задаче, относящаяся к этой области. И в этих разных свитках есть однотипные задачи. Допустим, задача решается тем, что можно назвать геометрией: задачи о том, как соотносить разные участки земли неправильной формы. Там используется некий аналог числа π и эта задача может быть преобразована в задачу взимания налога, постройки дома и т.д. В разных свитках число π равно разному, от 3 до 3,17. Разные числа π в задачах, для нас одинаковых по типу. То есть некоторая совершенно практическая устремлённость этих математических знаний, зависимость того, что является числовым соотношением от практической задачи, отсутствие, по сути, некоторой общей предметной области. Но есть уже есть знаки, символы, которые интерпретируются именно как числа (в частности числа, а также обозначения разных геометрических фигур).

Как устроены эти свитки? Там уже есть отрицательные числа, но когда решается задача, то иероглифы пишут в некотором порядке, и отдельно выделяется, очерчивается кусок свитка, и в этот кусок свитка другим цветом заносятся иероглифы, обозначающие отрицательные числа. И, соответственно, решение задач должно быть положительным.

Являются ли числами отрицательные числа, или нет?

С одной стороны, это должны быть числа, потому что они позволяют различать некоторое множество в математической предметной области, и если с ними работать, то получаются правильные ответы, но с другой стороны, есть некоторое абсолютное несоответствие этих чисел, отрицательных и обычных. Например: берём $\frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$. В результате получается -1. Но 1 больше -1. А если у нас есть какие-то величины, то мы большую величину делим на меньшую, то это не может быть равно тому, когда мы меньшую величину делим на большую. С точки зрения законов пропорции здесь что-то не то.

Эти числа (отрицательные) входят в решение задач и всё получается хорошо, но они нарушают основной принцип соотношения величин. Можно сказать что здесь соотношение между целыми, которые выражают числа, они становятся не такими как в случае, когда у нас есть нечто целое, и мы его рассматривает с точки зрения отношения с частями. Отношение целого и частей оказывается разрушенным. Одна линия развития дробных чисел — это развёртывание этих отношений целого и частей, а тут получается некоторый отказ от рассмотрения в виде соотношения частей и целого.

Следующий момент в развитии чисел. Это уже отчасти пифагореизм, отчасти его развитие. Когда пифагорейцы обнаружили некоторую числовую гармонию в вещах, в математике обнаружилась несоизмеримость диагонали квадрата и его стороны. Это разрушило идею непосредственной числовой соразмерности. Соотношение диагонали квадрата с его стороной греки называли "алогон", (нелогичное; выходящее за пределы того, что логично, обладает логосом). Непосредственно из этого был сделан вывод, что у числа и у величины разные начала.

Геометрия и арифметика — это науки с разными началами, основаниями. Тем не менее, число ведь не просто множество единиц, число представляет и выражает величины. Мы какую-то величину измерили, у нас получилось число в результате измерения. И это число, уже взятое как число, представляет нам эту величину в её отличии от других подобных величин.

Такие числовые соотношения, нелогичные, они тоже изучались в связи с развитием математики, прежде всего, в связи с развитием геометрии, как некоторая подчинённая вещь. Дело в том, что мы, оперируя уравнениями, исходим из многообразия чисел, которое у нас есть. Например: $ax^2 + bx + c = 0$. Такая запись

фактически невозможна до 15 века. Дело в том, что если у нас есть величины, то их значения должны быть положительны. Может быть соотношение следующего вида: $ax^2 + bx = c$, где a, b, c — положительные. Коэффициенты только положительные. А если брать математику, то рассматривается ax^2 , — что это? Вот есть квадрат со стороной x , который берётся a раз. bx , что это? Некоторая b и x , прямоугольник (схема 23). Значит нужно взять несколько раз квадрат, прибавить к нему прямоугольник, и получить некоторую фигуру, площадь которой будет c . Здесь a, b и c — разнородные. c — площадь, b — длина, a — просто число. Другим способом решается уравнение $ax^2 = bx + c$. Соответственно, частный случай $ax = c$ и т.д.

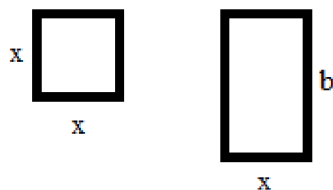


Схема 23.

Вот такие задачи имеют непосредственную геометрическую интерпретацию степени. Соответственно, может быть уравнение куб. Тогда речь идёт о пространственном кубе и, скажем, эта задача удвоения куба: "Был в Делосе кубический жертвенник, у Пифии спросили: "когда кончиться мор?". Бог ответил: "когда вы удвоите куб". Построите жертвенник в два раза большего размера". Задача удвоения куба не решается античными средствами. Там, по-видимому, эпидемия угасла сама собой, а не благодаря математике, но вот такая задача требует, в частности, корня кубического из двух, который не есть рациональное число. Некоторые такого рода задачи оказываются решаемыми приближённо, некоторые нет.

Обычно, люди обращают внимание на то, что у нас есть возможность получения общего вида решения. Эти поиски единого метода, решения общего вида, приводят к тому, что иррациональные числа (а тогда под ними имелись в виду числа, которые возникают из таких уравнений, как, например, $x^3 = 2$, в качестве их решения) Такого рода уравнения выглядят естественно; уравнения, которые немного отличаются от этих, решаются. В математике стремятся к тому, чтобы как-то универсализировать свои методы, предметы, и приходят к тому, что вводят новые типы сущностей, как, например, иррациональные. Они не могут, например, быть представленные в виде некоторого конечного отношения. Иррациональные числа почти что перевод греческого слова "алогон".

Достаточно давно в математике возникло число π . Оказывается, что это число не может быть представлено как корень уравнения такого ($ax^2 + bx + c = 0$) рода. То есть Декарт рассматривал и числа, и уравнения, и кривые, (он полагал, что любое уравнение

можно кривой описать) с точки зрения их конечной составленности, с точки зрения возможности получения результата, пусть даже и иррационального. В случае с числом π это не получилось. И он назвал такие **числа трансцендентными. То есть числом, которое не может быть корнем уравнения конечной степени.**

Мы строим уравнения разных степеней. Примеры в этой лекции ограничены второй степенью. Можно рассмотреть третью степень, четвёртую и т.д., но ни для одной конечной степени число π не является корнем. Правда эти коэффициенты при уравнении, если они являются рациональными или иррациональными, но не трансцендентными, тогда ни одно такое уравнение не может иметь корнем π , уравнение конечной степени. Это более правильное выражение. Число π оказывается особым.

Математика развивается и возникают всё новые и новые типы функций. Здесь (ранее во время лекции все уравнения с x в степени) приведены степенные функции, но есть функции экспоненциальные. Я сказал степенные, но здесь многочлены целых степеней под переменной, а можно взять какое-то число и возводить в степень x , а там уже эти самые x , если они, допустим, дробные, то мы смешиваем возведение в степень и извлечение корня. Допустим, $x^{2/3} = \sqrt[3]{x^2}$, — некоторая сложная производная функция, извлечение корней, возведение в степень. И экспоненциальные функции — это когда мы число возводим в степень переменной величины.

Размножаются виды чисел, математикам становится тесно в рамках чисел рациональных и иррациональных, но помимо этого, некоторые уравнения, довольно естественные на вид, всё равно не имеют решений. Например: $x^2 + 1 = 0$. Ясно, что для того, чтобы решать такое уравнение, нужно вводить мнимые числа. С другой стороны, а нужно ли вообще решать такое уравнение? Вопрос сложный, но этот вопрос расширения, изменения числового разнообразия, я рассмотрю в следующей лекции.

Лекция 13.

Продолжим рассмотрение предметной области/подобласти чисел в математике.

Порождение чисел.

В математике есть интересный момент. Были разные дисциплины: арифметика и геометрия, – а потом выяснилось, что они друг с другом связаны, взаимопроникают.

Некоторые отношения между ними имели место ещё в древности. В античной математике, но отношения были такими, что ряд числовых определённости связаны с геометрическими определёнными, а они накладываются сверху на числовые. Или наоборот, чтобы геометрические определённости познать как средство, используется нечто числовое.

Приведём примеры сочетания геометрии и арифметики в античной математике. Знание, по древнегречески, γνῶσις (гнозис). В курсе ИЗФ вы могли слышать, что у разных авторов, в частности, пифагорейцев, были "гномы" (γνῶμη). Это были афоризмы, предписания, например: "не вари чёрного петуха в молоке"; вставай с такой-то ноги. Это некоторые вещи, относящиеся к знанию. Но, кроме того, в античной математике было то, что называлось "гномон" (γνῶμων). Это угольники. Есть их два типа. Они используются для правильного порождения чисел.

Числа, в античной математике связаны с порождениями, порождением чего-то. Как, например, единица, это начало числа вообще, это не число. И очень быстро числа были разделены на чётные и нечётные. Почему? Они по-разному порождаются. Как это происходит? У нас есть некоторый порождающий принцип – единица. К ней мы прикладываем угольник, гномон, который равен себе с разных сторон, и этим углом добавляем число. Нечётное.

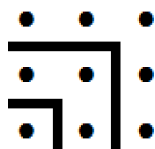


Схема 24.

К единице прибавить 3, получится 4. Но это квадрат, то есть мы из чего-то, что не имеет формы, получили форму, квадрат. Далее, если также углом выгнуть число, то к этому квадрату 4 мы добавляем 5 и у нас получается квадрат 9 (схема 24). Обратите внимание, что здесь у нас добавляются нечётные числа: 1, 3, 5, 7, 9,... – и везде мы получим квадраты. Яснейшая иллюстрация того, как получаются квадраты. При этом нечётное число оно хорошее ещё и потому, что устроено некоторым полным образом.

Берём нечётное число, например 5. Оно целое и у него есть и середина. Оно содержит свою середину (схема 25).



Схема 25.

Есть понятие совершенного числа. Под ним сейчас понимают такое число, которое равно сумме своих множителей. Допустим, 6 делится на 1, 2, 3. $1 + 2 + 3 = 6$. Совершенное число. В античной математике совершенными числами называли те, которые содержали свою середину. При этом число может быть представлено в линейном виде. Но также некоторые числа имеют хорошее фигурное представление. У них есть геометрическая фигура. Например, число 4 с этой точки зрения не совершенно, потому что не содержит середины. А вот число 9, как квадратное, лучше, так как содержит середину, это первое число её содержащее.

Смотрим на другой порядок чисел. У нас есть 2. Что будет, если к 2 прибавить 4? Будем складывать чётные числа. Уже другого вида гномон, несовершенный, он в одну сторону больше, чем в другую. Это как бы первое отклонение. Здесь одна сторона на единицу длиннее другой. К $2 + 4 = 6$. $6 = 2 \times 3$. 3 на 1 больше чем 2. Добавляем 6, получаем 12. $12 = 3 \times 4$, 4 на 1 больше чем 3. Тоже способ правильного получения чисел, принципиально отличный. В нём с самого начала нет совершенства. Двойка не содержит свою середину. Тем не менее закономерности порождения "прямоугольных" чисел, тоже ясны (схема 26).

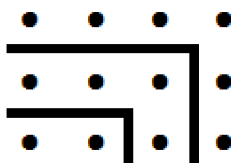


Схема 26.

Это два простейших вида порождения, квадратные и прямоугольные числа. Далее там можно было изощряться на тему более сложных фигурных чисел. Квадратные и прямоугольные — это четырёхугольные числа. Можно говорить о шестиугольных числах, пятиугольных, хоть это и сложнее. Шестиугольные тоже хорошо описываются. Они состоят из шестиугольника, который вокруг. Опять добавим слои и всё как и в других (схема 27).

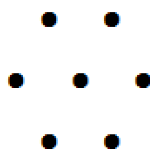


Схема 27.

Есть треугольные числа, у них другой принцип порождения. Берём 1, прибавляем к ней 2, прибавляем к ней 3, прибавляем 4. Каждый раз на 1 больше. Треугольник — это первая плоская фигура, которая образуется прямыми. Почему число 10 хорошее? Это первое треугольное число, которое содержит свою середину. Оно тоже совершенное (схема 28. В круг обведена середина).

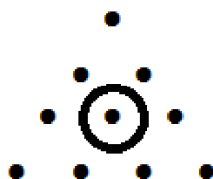


Схема 28.

Вот некоторые виды рассуждений о числах. Из этих чисел выделяются простые числа. Простое число не делится ни на что, кроме себя. Его можно записать только в виде последовательности. Другую фигуру не придашь. На английском, что такое простое число? Prime — это первое. Это первые числа. На схеме 24 у нас как бы первым число (хоть это и не числом считалось) является единица. Но она в некотором смысле самая простая, если считать её числом. Двойка, простое число. Тройка, простое. Тройка не получается с гномона. Она начинает порождать, но по немного другому принципу. Простые числа, первые числа. Первые в некотором порядке порождения того, что потом может приобрести некоторую геометрическую форму, отличную от прямой.

Так организована античная и средневековая арифметика. Когда говорят про угольники, которыми пользовались математики, то циркуль, например, не был угольником. Вообще, его конструкция очень поздняя.

Я уже говорил, что начинают порождаться новые виды и типы чисел. Появляются отрицательные числа, появляются дробные, иррациональные. Их появление связано с некоторым расширением. Допустим, как появляется рациональное число? Фактически, из конструкций типа рассмотренных в этой лекции выше. Есть p и q , их соотношение. И это соотношение даёт нам некоторое соотношение между p и q , которое иногда является целочисленным, иногда не целочисленным, но тем не менее представляет допустим, q^2 и его часть, выделенная некоторым p . Если $p = q$, то,

поделённое на q , это единица, тут нет соотношения. Точнее, любой квадрат есть соотношение 1 к 1 (вариант с первым угольником; во втором отношении вида $n, n + 1$). Числа иррациональные довольно естественно получаются в первом случае, потому что соотношение между двумя точками в углах по диагонали как раз есть корень квадратный из, если геометрически. То есть у нас по вертикали и горизонтали соотношения целочисленные, а по диагонали нет. Но если это соотношение сторон по аналогии с целочисленными отношениями рассматривать как число, то у нас (Почему по аналогии? Потому что $\sqrt{9} = 3$, и тут целочисленно можно представить. Другое дело, что придётся смещать точки для этих трёх по диагонали. Представляя диагональ в виде некоторого числа, мы её вынуждены представлять дополнительными точками (пересечения углов гномона и черт, делящих расположенный под наклоном прямоугольник на части), которые будут точно соответствовать этим (изначально стоявшим) единицам (схема 29)).

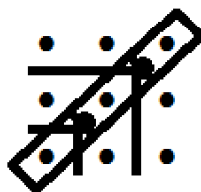


Схема 29.

Точно также корень из $\sqrt{25} = 5$, опять мы можем диагональ дополнительными средствами представить как целочисленную. То же некоторый способ преобразования числа. А вот с 4 не получается. Но если обратить способ понимания, то давайте будем считать обратные соотношения, обратные пропорции тоже числами. И тогда обратным ходом идущее, естественное для математиков включение иррационального числа во множество чисел.

Эта невозможность прямого хода по-разному проявляется в двух классических задачах античности. Квадратура круга и удвоение куба. Во втором случае в точном смысле рациональность, корень кубический нужен. Корень — это радикал (radix — корень). То есть эти возводимые в квадрат вещи — это корни, из которых растёт квадрат. Мы берём квадрат, докапываемся до корней, извлекаем корни. Такое взаимное движение. То, что у нас получаются при этом числа, которые нельзя в точности измерить единицами, представить, это символически обходится. Мы просто говорим, что у нас есть некоторое число, корень квадратный из 2, корень кубический из 2. Как число в единицах мы его выразить не можем, в соотношении единиц конечных мы его выразить не можем, но у нас есть конечное уравнение, в которое он естественным образом может войти как корень такого уравнения, и так он может участвовать в более или менее точном вычислении разного рода других вещей. То есть эти дополнительные числа оказываются добавками. Онтология пополняется. Новый тип числа, который с

одной стороны число, а с другой стороны, выразить его в единицах нельзя. Что значит нельзя выразить? Вот выразить в явной форме, взять столько-то единиц и сочетать их нельзя, а вот в форме $x^2 = 2$ можно. Тоже некоторая форма представления. Причём $x^2 = 2$, это сравнительно хорошая вещь. Мы знаем, что такое квадраты, в общем. Эти квадраты мы можем приравнивать к разному. Вот взяли и приравняли к двум. Будет что-то меньше двух, но большее единицы, где-то, как-то. Причём с этим "где-то, как-то", на что мы не можем в точности указать, мы можем работать. Точнее, указать-то можем, вычислить не можем. Диагональ единичного квадрата, это $\sqrt{2}$. А вот в числах не выражается.

Операциональное понимание числа.

Здесь имеются начатки операционального определения числа. То есть здесь число — это нечто, что определяется посредством ряда вычислений. Представляется в символьной форме. Сами вычисления представимы в этой форме, их результат мы обозначаем символьно. То же самое с числом π . Оно вообще трансцендентное. То есть если рациональные числа выражались как решения некоторого уравнения n степени, типа: $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$. Такое уравнение, где всё целочисленные коэффициенты, оно даёт некоторый общий вид выражения, решения которого приводят к корню. И корнем такого уравнения является число. Но число π не может быть корнем такого конечного уравнения. То же самое относится к трансцендентному числу e . e — это основание натуральных логарифмов. То есть природные, естественные логарифмы, и их основанием является трансцендентное число, которое также не может быть выражено конечной формулой, опираясь на такого рода выражение.

Здесь основа для перехода к математическому пониманию числа, которое начинает отклоняться от обыденного понимания, более-менее включённого в повседневную практику людей.

Вещественные числа.

Рассмотрим, что происходит в результате действий с числами. Современная конструкция числа — числовая прямая, вещественная ось. Вот есть ось. Где-то на ней обозначаем 0, где-то имеем 1. Соответственно, ставим -1. Вещественные числа, напишу, как это часто обозначается в математике, $\mathbb{R}$ — это готическое (начальная буква слова real), реальное число, вещественное число (res — вещь). Что можно делать с числами? (схема 30).

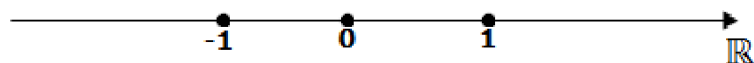


Схема30.

Функция, что это такое? У нас есть ось y по вертикали, тогда здесь x по горизонтали. Функция: $y = f(x)$. Что это означает? Что мы берём какое-то x , с ним что-то делаем и получаем y . Простейшая функция: $y = f(x) = x + 1$. Она будет такой: (схема 31).

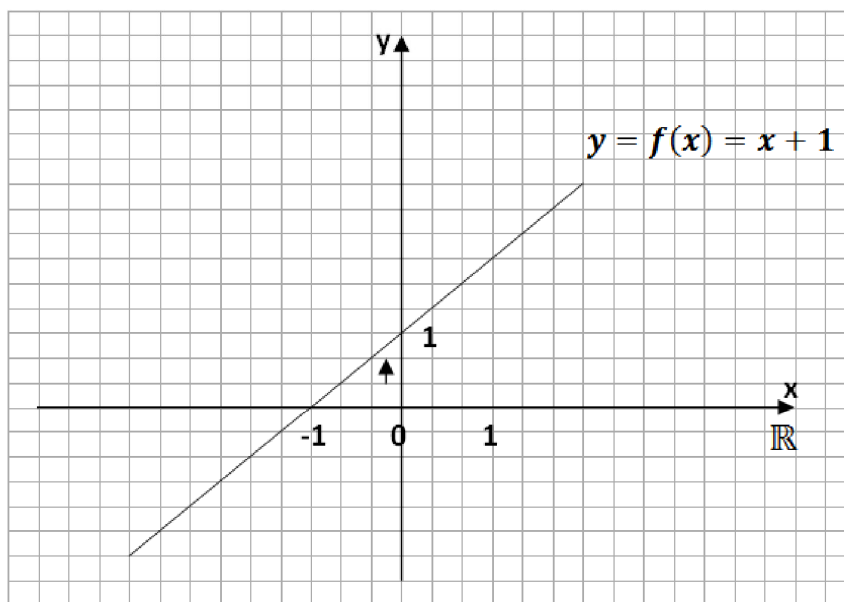


Схема 31.

Что произошло? Собственно, мы изобразили точно такую же вещественную прямую, но она сдвинута на 1 вверх. Вычтем какое-то число – сдвинем вниз. То есть прибавление какого-то числа – это сдвиг множества чисел.

Какая ещё функция нам может прийти в голову? x^2 . Что при этом происходит? (схема 32).

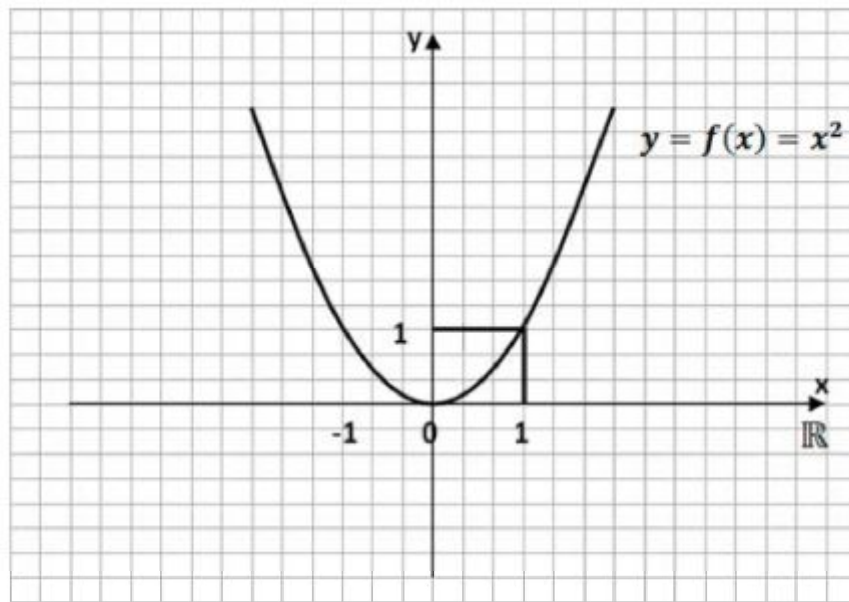


Схема 32.

Что происходит с вещественными числами? Множество вещественных чисел переходит не во всё множество вещественных чисел, а только в половину. То есть то, что у нас получается всегда больше нуля. Это полуось. Множество $\mathbb{R}$ мы преобразуем в подмножество вещественных чисел.

При этом что у нас происходит? Если $x = 1$, то оно само в себя и переходит. Если $x = 0$, опять в себя переходит. Две неподвижные точки. Но, на отрезке от 0 до 1, если я возвожу x^2 , то получается величина меньшая. Например: $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$; $\frac{1}{9} < \frac{1}{4}$. То есть у нас происходит как бы неравномерное сжатие отрезка от 0 до 1 по оси y . А там, где больше 1, то там растягивание. 3 переходит в 9 и т.д. В случае сдвига всё идёт равномерно, а тут мы, получается, возводим в квадрат. Мы одну сторону растягиваем, а другую сжимаем, но происходит это так, что мы также получаем ту же самую полуось. С отрицательными числами происходит тоже самое, только они меняют знак. То есть я беру вещественную прямую, складываю её пополам (левую и правую часть), и при этом складывании я имею две неподвижные точки, 0 и 1, и то, что от 0 до 1, сжимается по направлению к нулю, а то что больше 1, растягивается по направлению к бесконечности. То есть что происходит? 2, это число. Это число так действует на переменную, на множество чисел, что преобразует это множество чисел.

Соответственно тройка – это x^3 , там иначе. Если брать просто x^3 , то примерно получится (схема 33).

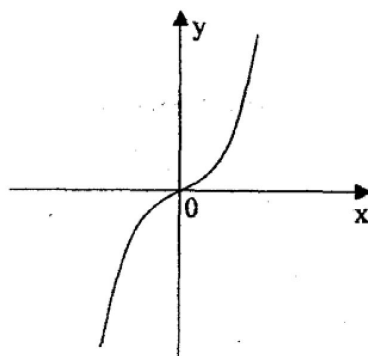


Схема 33.

Это без дополнений. То есть здесь происходит то, что я вещественную ось опять в вещественную ось перевожу, вещественные числа в вещественные числа целиком, без изъяна. И опять происходит сжатие на отрезке от 0 до 1 и от 0 до -1, и растяжение на отрезке больше 1 и меньше -1. То есть возведение в степень – это форма неравномерного растяжения и удвоения, утроения вещественной прямой.

Есть другие функции. Мы в функциях рассматривали положительные целые числа, но мы можем взять и целое отрицательное число, например x^{-1} . Тут уже, если x^1 , то ничего не происходит, если $y = x$, то с вещественной осью ничего не происходит, тождественное отображение. А вот если $y = \frac{1}{x}$, то ситуация кардинально меняется. У нас тогда есть два графика, которые это показывают (схема 34).

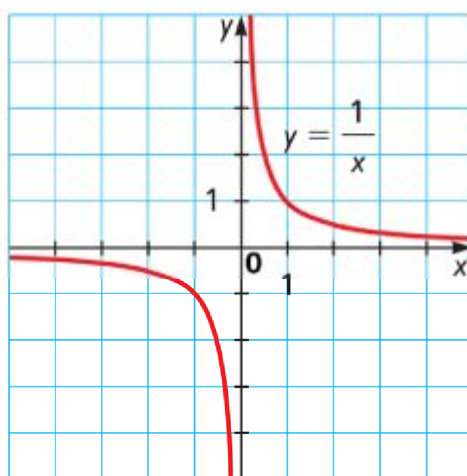


Схема 34.

Что здесь происходит? То, что меньше 1, растягивается до бесконечности, то, что больше, сжимается до отрезка $0 \rightarrow 1$, но не достигая 0. Мы как бы берём полуось, её переворачиваем, и там продолжается структура растяжения, сжатия. Преобразование

такое. При этом сверху есть $+\infty$, снизу $-\infty$, и взять, и соединить их – это довольно интересная задача. Убедительного ответа, что получится, нет, не ясно.

Бесконечность – это вообще отдельный, особый математический объект. То есть уже в иррациональных числах мы начинаем как-то к ним приближаться, потому что они могут быть представлены в виде бесконечной дроби.

Комплексные числа.

Ситуация резко меняется, когда мы переходим к комплексным числам. В некоторых случаях ничего не изменилось, потому что вещественное число — это комплексное число с нулевым коэффициентом при мнимой единице. То есть вещественные числа – это подмножество комплексных чисел. Но вторые, в отличие от первых, не могут быть представлены упорядоченной структурой, а вещественная прямая – это упорядоченная структура. Комплексные числа требуют частичной упорядоченности, и, соответственно, множественности локальных возникающих порядков. У нас есть мнимая координата $i\mathbb{R}$ (вертикальная ось), есть вещественная координата $\mathbb{R}$ (горизонтальная ось), а всё вместе – это комплексная плоскость $\mathbb{C}$. Если говорить только об $\mathbb{R}$, то во многих случаях у нас ничего не изменится. Допустим, прибавим какое-то вещественное число, и это тот же самый сдвиг комплексной плоскости, она двигается целиком. Умножить на вещественное число – это пропорционально растянуть комплексную плоскость. Умножили на 2 – растянули в 2 раза. Если до этого умножение на число было пропорциональным растяжением вещественных чисел, то здесь пропорционально растягивается вся комплексная плоскость, во все стороны. Это с вещественными числами.

А что с комплексными?

Если мы просто прибавляем что-то комплексное, мы точно так же сдвигаем плоскость относительно того положения, которое она раньше имела. Что будет, если мы умножаем на комплексное число? Умножаю на i . Единица становится мнимой единицей. i (мнимая единица) умноженная сама на себя, то есть в квадрате. Это -1 . $-1 \times i = -i$. $-i \times i = - - 1 = 1$ (схема 35).

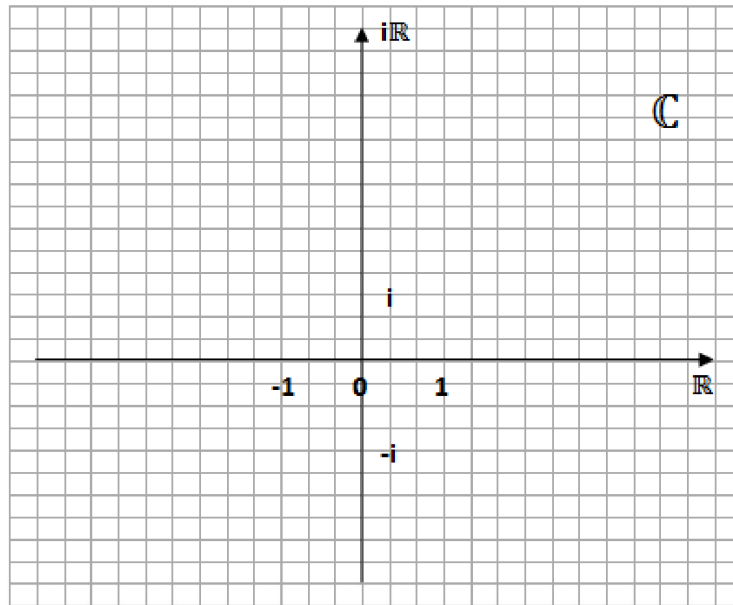


Схема 35.

Умножение на комплексное число – это вращение комплексной плоскости. При этом если умножим на $2i$, то мы вращаем и растягиваем в 2 раза, если на $\frac{i}{2}$, то поворачиваем и сжимаем, тоже пропорционально. То есть комплексные числа – это вращения плоскости комплексных чисел. Раньше у нас просто была числовая прямая и она не вращалась, поверни её, разницы никакой.

Что происходит, если мы комплексные числа ($\mathbb{Z}$), возводим в квадрат?

По горизонтали у нас вещественная ось и с ней происходит тоже, что и с вещественными числами, она складывается, сжимается и растягивается. А что происходит, когда в квадрат возводится мнимая ось? $i^2 = -1$, соответственно, вертикальная ось переносится в отрицательную часть вещественной. Мнимая ось становится вещественной полуосью. И абсолютно тоже самое, что и с вещественными числами, просто в другую сторону. От -1 до 0 — сжатие; в квадрате числа, от -1 до ∞ — растяжение. Я показал здесь "чистые" случаи, чисто мнимые и чисто вещественные числа. Если взять, допустим, ось, где числа вида $Z = a + ai$ (схема 36). То есть точки вида: 1 (по горизонтали) + i (по вертикали), $2+2i$, — число такого рода на этой прямой (Z^2). Куда перейдёт эта часть (Z^2)? Она повернётся и перейдёт в чисто мнимую часть.

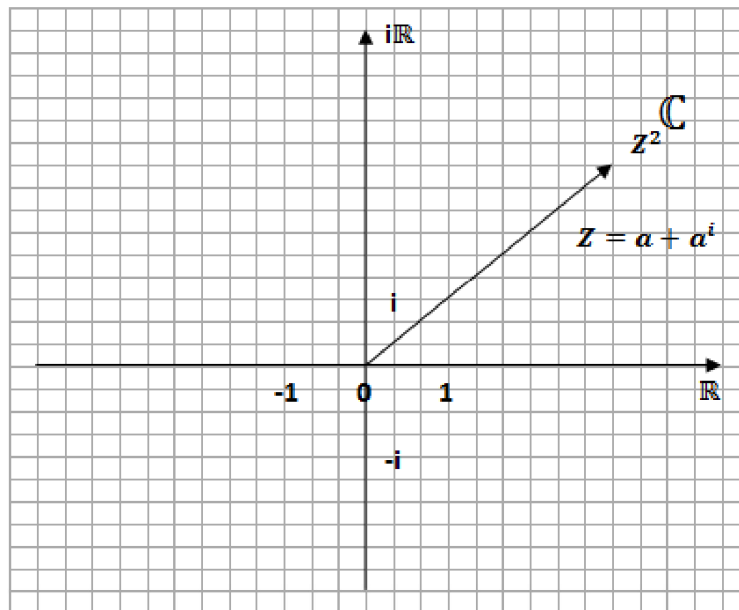


Схема 36.

Соответственно, если взять числа следующего вида, они во что перейдут? (схема 37). Любопытный вопрос. Они тоже перейдут в мнимую ось, только с другим направлением. Вещественная ось перейдёт вправо, на её место встанёт мнимая ($i\mathbb{R}$), на место мнимой становится прямая Z^2 , а наша новая прямая перейдёт вниз.

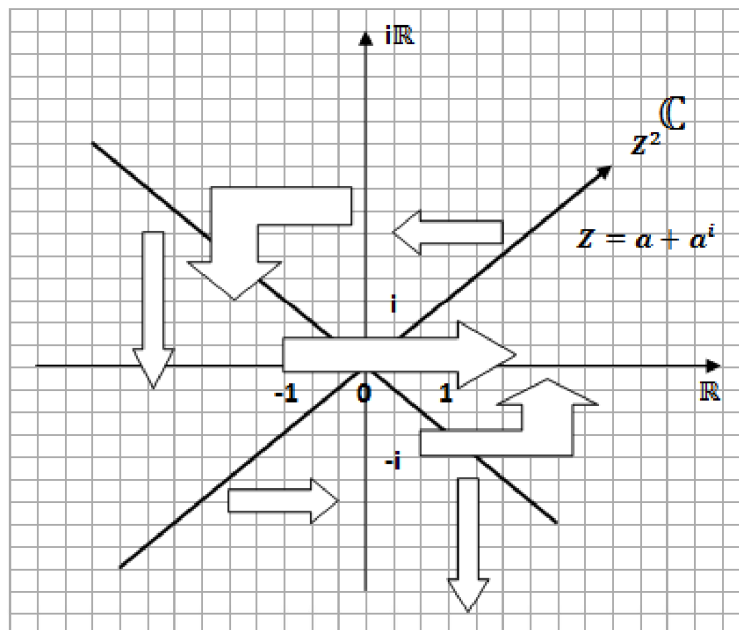


Схема 37.

Возведение в квадрат – это одновременно и поворот, и наложение получающихся комплексных плоскостей друг на друга. И говорят о многолистных наложениях. То есть в квадрат — у нас получается двулистное наложение, в куб — трёхлистное, и т.д. То же самое относится к экспоненциальным функциям. Интересную интерпретацию получают тригонометрические функции, которые встраиваются в систему функций. Они оказываются частью экспоненциальной функции. Факт в том, что в поле комплексных чисел любое уравнение имеет набор решений.

Такая конструкция первоначально не имела природного, естественного смысла, ведь i — это воображаемое (imaginable). Встаёт онтологический вопрос: нечто воображаемое устроено так, что его можно сочетать с реальным (мнимое и вещественное). При помощи i получают прозрачную форму разные функции, уравнения, свойства функций. Здесь число уже оказывается тем, что преобразует множество чисел. Преобразует разными способами. Например, 2 можно прибавить, можно возвести что-то в квадрат, можно 2 возвести в степень,— всё это разные функции, но 2 здесь отличается от любого другого числа. Мы точно способны различить функции, которые опираются на это своеобразие двойки, единицы и т.д. На 0, правда, ограниченное количество функций, потому что запрет на деление, я уже объяснял, почему так.

Кватернионы.

Когда математики открыли комплексные (сложные) числа, перед ними встал вопрос: есть ли ещё другие числа? Допустим обобщения комплексных чисел?

В 15-16 века появились комплексные числа, в 19 веке были изобретены кватернионы.

Кватернион — это дальнейшее обобщение конструкции комплексных чисел. Это число, у которого не одна мнимая единица, а три. Оно выглядит следующим образом: $Z = a + bi + cj + dk$. Где i, j, k — это мнимые единицы. Что объединяет мнимые единицы? То, что $i^2 = j^2 = k^2 = -1$. Но при этом они друг от друга отличаются тем, что: $i \times j = k; j \times k = i; k \times i = j$. При этом $j \times i = -k$. То есть умножение комплексных единиц здесь не коммутативно. Соответственно далее аналогичные соотношения. То есть с одной стороны, это вроде бы числа, то есть кое-что числовое им не чуждо, но с другой стороны, они не коммутативные, антикоммутативные. И казалось, зачем это всё надо? Оказалось, что мало того, что это надо, это ещё и можно истолковать некоторым природным образом. Дело в том, что когда у нас есть физика, у нас многие задачи трёхмерные. Трёхмерность — это три координаты. Соответственно, если у нас есть эти координаты, то перемещение по ним описывается вещественно, а вот вращение вокруг координат можно описать по аналогии с тем, что происходит когда мы на i умножаем, как вращение. То есть три мнимых единицы – это вращение по

разным осям координат вокруг оси. Такая физическая интерпретация. Достаточное количество задач неплохо решаются с помощью кватернионов.

Что такое число?

Смотря какое число. Есть много конструкций, которые были разработаны математиками, развёртывая упомянутые выше представления. Я упоминал, что математики часто используют слова естественного языка, при этом переменяя их значения так, что оно становится совершенно иным. Есть, допустим, натуральные числа.

Что это такое, натуральное целое число?

Это некоторый объект, который принадлежит алгебраической структуре под названием полугруппа, то есть описывается некоторым специфическим набором операций. То есть любых два числа можно сложить и получить число. Можно умножать. Умножение – это как бы сложное сложение, несколько раз сложить одно и тоже. Есть в современном представлении о натуральных числах 0. То есть это такое число, которое можно к любому другому прибавить и ничего не изменится. Полугруппа. Если мы берём целые числа и положительные, и отрицательные, то эта алгебраическая структура расширяется до группы.

А если мы берём рациональные числа?

Тут у нас уже получается нечто не столь обозримое, гораздо более бесконечное. Здесь уже не только сложение полноправно (В группе, кстати, сложение полноправно, ну, некоторая операция, которую естественно назвать сложением. И там для любого числа существует обратное ему, то, которое в сумме даст 0. А 0 – это нейтральный элемент. Ещё говорят, это единица. В группе 1, это не тоже, что 1 у чисел.).

Когда у нас есть не только сложение и вычитание, но и умножение с делением, то возникают дробные числа и для всех операций умножения есть обратная – деление. Кроме умножения на 0. И получается конструкция, которую математики называют полем. Поле рациональных чисел. Соответственно, вещественные числа также образуют поле, тоже у комплексных. От полей требуется, чтобы умножение было коммутативным. А у кватернионов умножение уже не коммутативное, то есть не поле.

Дальше математики двигались в эту сторону. Стали различать алгебраические поля, алгебраические тела, структуры типа колец. Этих структур было создано множество. Допустим, одна из таких структур, которая связана с числами, это то, что для чисел очень естественно определить расстояние между ними. Какое расстояние между числами? Вычтем одно из другого и вот вам расстояние. При этом расстояние может иметь разный знак, но модуль, для вещественных чисел, он всё равно расстояние. От 3 до 5, 2, в любом случае, независимо, что из чего мы здесь вычитаем. - 2 мы считаем за 2 в этом расстоянии. Есть естественная функция расстояния.

И вот ещё один аспект смыкания с величинами, по тому, что когда мы говорим о геометрического рода величинах, мы очень часто их рассматриваем в связи с измерением. Мы говорим, в пространстве три измерения: что это значит? В трёх направлениях независимо можно измерить. Что значит измерить? Получить число. Правда, измерение зависит от единицы измерения, если её нет, то мы ничего не измерим, но, в целом, мы понимаем, что можно на геометрическую структуру пространства наложить некоторую сетку измерений и тогда всё можно будет измерить, посчитать, количественно выразить, число получить. Древняя идея, что если мы знаем число чего-то, то мы его уже неплохо познали.

Эти измерения вводить можно по-разному и, соответственно, здесь надо понимать, какие возможны случаи этого измерения, соразмерения, измеримости. То, что изначально реализовывалось в математике, опиралось, по сути, на некоторую аксиому, которую приписали Архимеду ("аксиома Архимеда"), которая в простом выражении фиксируется в китайской народной мудрости, что: "путь в 10000 ли начинается с первого шага". Шаг и 10000 ли – это вещи с трудом соразмеримые. Это примерно как в фильме "Золотой ключик": "ещё 4000 ведёр и золотой ключик наш". На чём основывается эта идея? На том, что если у нас есть какая-то маленькая величина и большая величина, то мы можем этой маленькой величиной измерить большую, прибавляя эту малую величину саму к себе, и получить так нечто большее. Причём, много большее. Это выражается в утверждении: пусть у нас имеется некоторое многообразие величин, и тогда для любого ε (эпсилон) (имеется ввиду некоторая маленькая величина) и для любого M (большой величины) существует n (натуральное число) такое, что: $n\varepsilon > M$. То есть этими самыми шагами вымерять 10000 ли, ведрами исчерпать болото.

Если определять абстрактно расстояние между числами, как оказалось, совсем не обязательно иметь эту самую аксиому Архимеда. Есть неархимедовы числовые поля. В частности, есть поле p -адических чисел. p – берётся простое число, как основание число. Соответственно, если начинать с более-менее простого, пусть у нас $p = 3$, тогда что такое 10? $10 = 3^2 + 1$. А, допустим, 13? $13 = 3^2 + 3$. То есть здесь у нас имеется то, что: $p^2 + 0 \times p^1 + 1 \times p^0$. Для 10: любое число в степени 0, это 1; 3^2 – это 0 раз взять 3, и один раз взять 3^0 , – это 10. Такое разложение.

Соответственно, можно для любого числа определить его величину, исходя из той степени p , по отношению к заданному p , которая максимальна в его разложении. Для простоты будем считать, что (модуль 10 по основанию p) $|10|_p = \frac{1}{2}$. Есть функция расстояния, она определяется естественным образом. Допустим, должно быть неравенство треугольника для расстояния, то есть если у нас есть три точки, то расстояние между каждыми двумя меньше, чем сумма расстояния между другими. Эта $(|10|_p = \frac{1}{2})$ величина числа, его расстояние от 0, другими словами, оказывается тем

меньше, чем больше число. Соответственно, числа, большие единицы, они, как говорят, "сворачиваются в шар" единичного радиуса. При этом у нас некое число, и сдвинуться на единицу этого числа, можно в p направлениях. В вещественных числах есть два направления: прибавить и отнять. Но, по сути, это даже одно.

Здесь же прибавлять единицу можно разными способами. И при этом все числа, которые на единицу большего какого-то, они образуют правильный p -угольник. Для трёх эти числа образуют треугольник, для пяти это будет не пятиугольник, а фигура в четырёхмерном пространстве, потому что все расстояния между числами, отстоящими от какого-то числа на единицу, они все одинаковы. Если бы мы делали 4-адические числа, (но это не делают, потому что 4 не простое число) то, соответственно, следующие числа образовывали бы тетраэдр, то есть некую фигуру, расстояние между вершинами которой равны. В трёхмерном пространстве построить не удастся, в четырёхмерном можно, если вы представляете себе четырёхмерное пространство.

Как используют эти числа?

Вопрос из аудитории: как используют эти числа?

Это интересный вопрос. Как вообще используют числа? Как эти числа используют, надо рассматривать имея ввиду более общий вопрос: как вообще используют числа? Числа можно использовать как коэффициенты. И в большинстве задач это числовой коэффициент при каких-то функциях. Числа можно использовать как функции, и это обратная сторона вопроса. И ещё любопытный вопрос: сколько чисел мы используем? Натуральных чисел бесконечно много: сколько натуральных чисел вы используете? Обычно что-то в пределах 20000-30000, если говорить про ценники, хотя, может вам доступно что-то за 100000 или 1000000, но вряд ли больше. Есть шутка, что: "Инженер считает, что число 60 делится на все числа. Проверяем: делится на 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30. Выборочная проверка показала, что делится на все числа, которые обычно имеет смысл выделять, ну, значит, делится на все". Это анекдот, но здесь вопрос об этой самой употребимости чисел. Хорошо ли вы себя чувствуете, когда вам надо разрезать пирог на 19 частей? Ну или хотя бы на 13 или 12. Я бы сказал, что вряд ли.

Сколько чисел используется в математике? Вещественные числа, теоретически, все. Но, сейчас я вам намекну на некоторую сложность: даже просто множество рациональных чисел. Простой пример для рассмотрения рациональных чисел, это отрезок $[0, 1]$. На нём, как известно, рациональных чисел бесконечно много. Как мы это себе представляем? Есть отрезок, его можно поделить на 2, потом на 4, потом на 8 и дальше, $\frac{1}{2^n}$. Этих чисел получится бесконечно много. Причём их бесконечно много не только в приближении к единице или нулю, их бесконечно много в приближении к любой указанной на отрезке точки (схема 38).

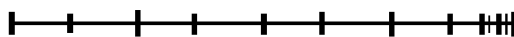


Схема 38.

И к любой точке вида $\frac{p}{2^n}$. Бесконечно много везде. Вот, бесконечность. Это ещё до некоторой степени можно себе представить. Но делить можно не на 2, а, допустим, на 3. Абсолютно та же картина. И эта бесконечность к любой точке бесконечна. На любом отрезке (схема 39).



Схема 39.

Заметьте, что ни одна точка, полученная делением отрезка на 3, не совпадает с точкой, полученной делением отрезка на 2. То есть у нас есть две бесконечности, которые плотно покрывают отрезок, которые при этом разные. Берём 5. Отрезок можно разделить на 5 частей, каждую из частей на 5 и так далее. Тоже бесконечность рациональных точек, ни одна из которых не совпадает с точкой $\frac{1}{2^n}$ и т.д. И так до бесконечности, простых чисел бесконечно много.

Реально мы используем из возможного разбиения рациональных чисел в основном те, которые на 10 делятся, программисты те, которые на 2 и т.д. А остальные мы практически не используем. И зачем они нужны? В некоторых системах исчисления, если мы изменим основания, некоторые задачи будут решаться гораздо проще, но, почему то, мы всё равно другие числа не используем.

Но это всё цветочки, сейчас будет ягодка. Вы все слышали про вероятности. Теория вероятностей говорит о том, что если у вас есть какое-то множество и там какие-то исходы, то есть вероятность того или иного исхода. Представьте себе, что у вас есть пистолет, который стреляет точками. При этом у вас есть способность этим пистолетом попадать в отрезок от 0 до 1, но, рука у вас дёргается, случайно вы попадаете. С какой вероятностью вы попадёте в рациональную точку? Учитывая, что их бесконечно много бесконечно много раз. Правильный ответ: вероятность 0. С вероятностью в единицу, вы попадёте в трансцендентное число. Даже в иррациональное не попадёте. Вы попадёте в трансцендентное. Теперь вопрос: сколько трансцендентных чисел используется людьми? Два вы знаете, это π и e . Они широко используются. Из бесконечного множества, которое больше, чем чисел рациональных, иррациональных и т.д. Правда, в некоторых специальных областях математики используется ещё три трансцендентных числа, которые не равны π и e , и не получаются из них путём их сочетания. Пять трансцендентных чисел.

Вопрос из аудитории об применимости этих чисел в реальной жизни.

Теперь практическая задача. Построение теории элементарных частиц. Это практическая задача? Я сказал, что у кватернионов обнаружился физический смысл. Не сразу, но обнаружился. То есть физики, для которых в рассмотрении электромагнитных полей существенно важно именно вращение, там у них это работает, причём это работает на инженерном уровне. То есть применимо в расчётах, приложениях и прочем. В случае с квантовой механикой соответствующая теория операторов в гильбертовом пространстве до некоторой степени применима в практических задачах. Хотя то, насколько она применима, это сложный вопрос. А p -адические числа пытаются использовать для того, чтобы описать сложные физические модели и представить некоторый аппарат, который может работать. При этом я слышал, что пытаются ввести 2-адические и 3-адические числа. То есть с большими пока попыток нет, хотя, кто знает, может будет успешная попытка с 7-адическими числами и придётся осваиваться с их необычной геометрией.

Лекция 14.

Сегодня мы рассмотрим тему, связанную с геометрией.

Значимость числовой структуры.

Я уже говорил, что в математике созданы разные числовые структуры и что уже здесь проявляется философский вопрос по отношению к математике на тему того: есть ли какая-то значимость этих структур за пределами чистой математики?

По отношению ко всем числовым структурам этот вопрос задавался, особенно в свете того, что есть разные типы чисел, что они показывали некоторую неотвратимость их использования, если мы хотим о чём-то не просто содержательно, а в каком-то смысле точно рассуждать.

Содержательные, точные рассуждения не исчерпываются числами, но есть идея в физике, некоторый идеал, который физика никогда не достигала, но тем не менее она к нему приближалась. Он следующий: если ты чего-то не знаешь точно, значит ты этого не знаешь. Под словом "точно" подразумевается, что "если ты не можешь это измерить", то есть представить в некотором числовом виде. При этом критерии этой точности были подвижными. Первоначально была идея о том, что всё можно знать точно, ибо Бог всё знает точно. Затем эта идея сильно потеряла в своём выражении, поскольку речь пошла о том, что мы приближённо знаем, в пределах некоторых допусков, погрешностей и т.д. Знаем как бы точно, но приближённо, и в этом смысле приближённость нашего знания нас удовлетворяет. Например: вычислить гравитационную константу, с точностью, скажем, семнадцатого знака после запятой.

Это точное знание, когда мы можем указать некоторое число. Я уже говорил, что когда речь идёт о числах, некоторый внутренний смысл понятия числа — это то, что число представляет собой функцию, которая позволяет преобразовать нечто. Может в качестве коэффициента. $2x$ от x очевидно отличаются. Может быть в качестве константы, например: $x + 2$, — это перейти к некоторой другой величине. Здесь 2 качественно такое же, как x , в то время как $2x$, это не тоже самое. $2x$ — это не значит, что мы возводим некоторую величину x в квадрат. Мы от линейной величины не переходим к величине, имеющей геометрическую размерность. Мы просто увеличиваем. Есть это самое x и мы его растягиваем в 2 раза. Он остаётся тем же самым. Соответственно 2, 3, 4, половина, треть, $\sqrt{2}$, 2^n , и т.д. Это некоторые способы, это самое 2 используя, как-то по-разному работать с величинами, которые у нас есть. То есть число оказывается в таком представлении некоторой функцией, некоторым оператором. Число позволяет нам оперировать с величинами.

Одно из определений числа, формальное определение, **число — это множество эквивалентных выражений**. $2 = 1 + 1$, это $5 - 3$, это $6 \div 3$, это $+\sqrt{4}$. Любые

функции подставляете, по факту получается, что если вы ограничиваете эти функции, у вас получается ограниченное понятие числа. Вот натуральное число, оно какое? Оно вычитается ограниченно, умножать на него можно, делить не всегда. Не универсальное понятие.

Расширение множества чисел оказывается внутренним мотивом, то есть мы можем с чем то работать и нам не хватает средств. Нет -2 , а это очень полезная штука, причём чисто практически. Откуда взялись отрицательные числа? Из торговли. Фактически, это практическая необходимость, помноженная на математическую инвариантность этих самых отрицательных чисел. Мы берём это самое $-2, -3, -4$, и это не превращается во что-то разное. Оно всегда одинаковое, у него есть понятные свойства и мы можем с этим действовать. Некоторая процедура, некоторое онтологическое преобразование, когда то, чего не существовало, но то, что существует как константа в наших преобразованиях, оно наделяется некоторым типом существования, производным по факту от того, что мы делаем, преобразуем. И это мы делаем некоторым хорошо определённым, инвариантным образом, по отношению к каждому из чисел.

Вот некоторая внутренняя, я бы сказал, логика, хотя я не сторонник здесь именно логику искать, но, в принципе, выражение подходит. Как бы логика самих операций, логика вещей. Её математики, при решении разных задач, чувствуют, выражают, находят средства выражать, оперировать и прочее, и получаются хорошие конструкции.

Числа, по видимости, очевидны. Вот очевидно, что здесь передо мной в аудитории 3 сидения. Хотя, на самом деле сесть могут и меньше человек, и больше на эти 3 сидения, расположенные в ряд. Есть выражение: "сидеть на двух стульях", — которое, правда, не о чём хорошем не говорит, но тем не менее можно одному на двух стульях сидеть. Это до некоторой степени очевидно, хотя когда про это рассуждают философы математики и, вообще, разные философы, не обязательно математики, то они подчёркивают, что здесь мы имеем дело с некоторыми идеальными конструкциями, а вот реальные ситуации как бы являются воплощениями этих конструкций. Это одна из наиболее сильных интерпретаций. Или они могут быть интерпретированы в связи с этими конструкциями. И здесь есть некоторая наглядность, но вот по факту здесь сложный момент. Это проявляется в умножении. Мы умножаем, в русском языке это прекрасно выражается, у нас есть 2 и 3. И трижды два, это шесть; и дважды три, это тоже шесть. Вопрос: а что такое «жды», которое мы считаем один раз три, а другой раз два? Это, вообще-то, количество раз, которыми мы берём либо двойку, либо тройку как единицу. Это мы некоторым разом берём эту двойку или тройку. То есть это наше действие. Мы считаем свои действия. Вот те самые «жды», которые дважды или трижды. То есть некоторое начальное понимание того, что число — это операция, это некоторое действие, которое мы совершаем, оно здесь уже

выражено. Это я к тому, что: здесь мы получаем что? Мы получаем некоторый выход за пределы простого счёта. Мы начинаем не просто объекты, мы начинаем считать и наши действия. Наши действия как объекты. У нас получается, с одной стороны, многоуровневая онтология, а с другой стороны, в этой многоуровневой онтологии разные уровни оказываются эквивалентными. Мы любой из этих уровней можем превратить в уровень своего действия. Либо считая: один, два, три,..., либо рассматривая наше действие взятия чего-то, получающегося в качестве чего-то, как некоторую единицу, которой мы тоже можем считать.

Таким образом, здесь появляется такая особенность математики как-то, что математика — это некоторая сфера, где мы рассматриваем собственные абстрактные структуры действий. Я беру какое-то множество за единицу, это абстрактная структура. Разные множества я могу брать за единицу, абстрагировать, с ними работать как с единицей. Я уже сказал, что здесь довольно актуальный момент, мои действия, они достаточно очевидны. Я уже говорил, что была группа Бурбаки, которые определили математику как науку об абстрактных структурах. В общем-то здесь, в случае с числами, эта абстрактность структуры, в принципе, достаточно очевидна.

Но абстрактность структуры чего?

Абстрактность структуры действий субъекта. Это первый подступ к той идее, которую я собираюсь дальше развить, что **некоторым собственным, непосредственным предметом математики являются абстрактные структуры субъектов.**

В этой связи, то, что я уже говорил, что **математика — это сфера деятельности, где создаются некие формальные онтологии.** Касаемо онтологий я говорил, что они, в их неклассическом, современном, необходимом понимании — это активные и актуальные вещи. И если говорить о том, как абстрактно могут быть хорошо соединены некоторые предметы в какой-то онтологии, то математика даёт, в частности, числами, хороший инструментарий, задаёт в своих инструментах абстрактную формальную онтологию.

Я сказал, что представление о числах довольно сложное. То есть понять, что одно яблоко и один ёж — это одно и то же, это не совсем лёгкое преобразование. Ёж колючий и бегаёт на ножках, а яблоко совсем не обладает такими свойствами. Если их рассматривать как онтологические типы, то то, что мы одного ежа отличаем от другого ежа, и если их соединить, получится два ежа, и ежа мы отличаем от яблока, и если их соединить, получится два объекта, тоже самое. Здесь не важно, колючий объект или бегаёт ли он на ножках и т.д. Некоторая очевидность формальной онтологии, без которой по факту развить что-то, теоретико-числовое, в принципе, невозможно. Я сделал жёсткое замечание, это моё мнение, но мне лично представляется оно труднооспоримым. Как развить теорию чисел без перехода к формальной структуре

онтологии? Не знаю. До сих пор всё, что развёртывалось, оно таково. Это некоторое феноменальное, феноменологическое замечание, дескриптивное. Может кто-то и может иначе, но есть такого рода соображения: "а вот если бы мы жили в жидком мире, у нас бы это не возникло, потому что у нас есть одно течение и есть другое, и вот складывать их и получать два течения более сложно, чем складывать ежа с яблоком". Не знаю.

Попытки какого-то развития математической, числовой онтологии без этого классического подхода неизвестны. Некоторые математики высказывали идею, что, наверно, можно как-то построить числа иначе, но по факту никто не построил.

Геометрия.

И вот другая сфера математики, которая, как выяснилось в античности, совсем иначе устроена — сфера величин. Не чисел, а величин. Геометрия.

Я уже рисовал эту очевидную начальную структуру. Вот у нас есть квадрат и что означает эта структура? (схема 40) То, что если мы обозначим части стороны a и b , она означает, что $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Очевидно. При этом нам не нужны числа. Квадрат — это геометрическая штука. Мы явно видим, что некоторый больший квадрат складывается из двух квадратов поменьше и двух прямоугольников. Величины a и b как числовые величины нас не интересуют.

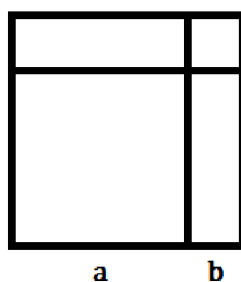


Схема 40.

Есть эта формула, она очевидно истинна для любых соотношений a и b . Но здесь есть некоторая сложность, которая зависит от нашего понимания чисел и величин. Почему в приведённой формуле возникает $2ab$? Потому что мы считаем, что $ab = ba$, то есть не зависит в каком порядке умножать. Вообще, абстрактно говоря, математически это не так. Есть способы операций с величинами, где они не коммутативны. Я приводил пример с кватернионами, в которых есть мнимые единицы, и они не коммутативны. Но там и нет достаточно естественной интерпретации приведённого произведения.

Другой пример. Классический пример противоречия: contradiction in adjecto (противоречие в приписывании). Круглый квадрат — не бывает. Извините, но те

философы, которые так утверждали, они, с современной точки зрения, плохо знали математику, недостаточно.

У нас есть некоторая плоскость. Что такое окружность? Это множество точек, находящихся на одинаковом расстоянии от некоторого центра. Как определять расстояние? В Евклидовой геометрии расстояние до некоторой точки, которая имеет координаты (x, y) от нуля, это расстояние равно $\sqrt{x^2 + y^2}$. Но расстояние между точками является функцией от координат. Давайте возьмём функцию (буква ρ) расстояния от 0 до точки (x, y) . Это максимум из модуля x и y . $\rho(0, (x, y)) = \max(|x|, |y|)$. Эта функция удовлетворяет всем требованиям, которые предъявляются к расстоянию. Но давайте рассмотрим окружность единичного радиуса. Приведённая формула называется метрикой. Как эта окружность будет выглядеть в данной метрике? (схема 41) Это квадрат. Это в точном смысле слова квадрат, потому что состоит из 4 прямых, углы между которыми равны 90° . Одно из определений квадрата. Это в точном смысле слова круг, окружность, потому что окружность — это множество точек, находящихся на одинаковом расстоянии от некоторого центра. Вот круглый квадрат. Не принимайте на веру то, что $2 + 2 = 4$, круглых квадратов нет и т.д. И $2 + 2$ не всегда 4 и круглые квадраты есть. В точном математическом смысле слова.

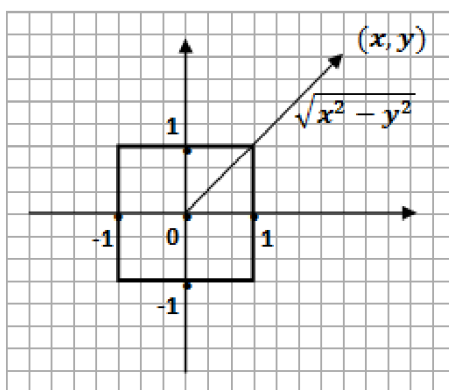


Схема 41.

Вопрос о соотношении математики и реальности в связи с развитием математики оказывается сложным. Я говорил о том, что математика создаёт контринтуитивные объекты, ситуации, модели. Строго строятся объекты, доказываются их свойства. Они с математической точки зрения существуют. Интересный вопрос: что значит существовать? Раньше считалось, что геометрия описывает то, что существует в мире. Есть мир, он трёхмерный. В нём есть разные объекты. Там, где они трёхмерны, к ним применима трёхмерная геометрия. Если можно их представить плоскостями, там применима двумерная геометрия. И, соответственно, все соотношения тел в мире могут быть так представлены. Но в 19 веке выяснилось, что геометрия не одна, что есть как минимум 3 разных. Здесь я начинаю немного другое рассмотрение.

Геометрия связана с непосредственной наглядностью. То есть исторически есть разные фигуры, между ними есть соотношения, они очевидны, типа $(a + b)^2$, хотя это соотношение и геометрическое, и алгебраическое одновременно. Просто арифметика и алгебра тоже разные вещи. Когда говорят «аналитическая геометрия», которую развил Декарт, то, в общем-то, это по факту алгебраическая геометрия. То есть там есть величины, они алгебраически складываются в разные выражения и эти выражения, метод, который Декарт рассматривает в своём «Рассуждении о методе», «Правильном руководстве ума» и в своей философии в целом, это метод следующий:

У нас есть величины, разного рода. Давайте представим их так, чтобы их можно было как можно легче представить. Как наиболее легко представить величину? Декарт говорит: "линией". Прямая линия – это наиболее простой способ представить величину. При этом мы, поскольку величины бывают больше, меньше и т.д., эти самые линии тоже можем рисовать больше или меньше, и у нас с величинами ничего при этом не происходит. Представление не выводит нас из соотношения величин и наоборот. Но, когда мы представили величины, Декарт говорит, что нам нужно представить таким образом все величины. Все величины известные нам и нам не известные. Эти два типа величин нам надо свести воедино в некоторых выражения, составить уравнения, решить их и мы получим знания о неизвестных нам величинах на основе знаний об известных нам величинах.

Гениальная идея, на основе которой развивалась вся наука после. Понятно, что наука не остановилась на собственно декартовском понимании, то есть там были многообразные расширения. Например, Декарт был же метафизиком, он считал, что отрицательных величин не существует, и нуля нет как величины. Соответственно, все его построения, это построения в положительном квадранте. На схеме (схема 42) я обрисовываю, где допустимы построения, о которых говорил Декарт. Только в заштрихованном квадранте. Отрицательных построений по Декарту быть не может. Отрицательные квадранты введёт Ньютон. И создал систему, которую называют "Декартовы координаты" Ньютон. Сам он не называл её так, её потом так назвали.

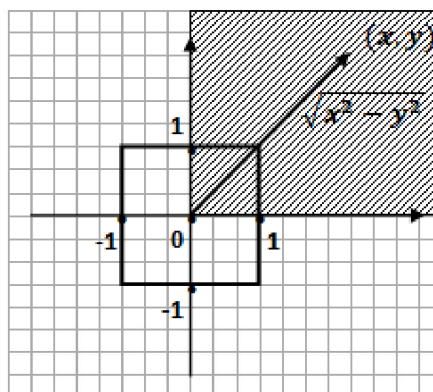


Схема 42.

Декарт действительно сделал огромное продвижение, позволяя величины представлять геометрически, наглядно. Ньютон дополнил это, и сейчас мы имеем то, что имеем.

Я замечу: какие существуют отрицательные физические величины? Температура? Хе-хе. Существует абсолютный ноль в физике. Наша отрицательная температура – это по отношению к некоторой произвольно выбранной точке, относительно которой что-то больше нуля, что то меньше. По Цельсию, по Фаренгейту, по Реомюру. А вообще, существует абсолютный ноль, по отношению к которому отрицательных температур нет. Правда, современные физики начинают подкапываться под это положение, рассматривая модели, в которых есть виртуальные отрицательные температуры. Виртуальные значит, что в реальности они не проявляются, ну вот для полноты физической модели хотелось бы. Строят модели и вот, пожалуйста, что-то типа отрицательной температуры.

Этот вопрос о наглядном представлении очень сложен. Для кого-то наглядно, для кого-то нет. И вот снова об представлении, что геометрия, она про мир. Более точно, что она про физический мир. Потому что именно физику описывали геометрией, и когда Галилей говорил, что: «Книга природы написана языком математики», — он имел в виду физическую природу.

Развитие геометрий.

Некоторый упрощённый взгляд на историю геометрии следующий: у нас была геометрия Евклида, она была хороша, казалась единственной, но в 19 веке, усилием математиков, которые пытались как-то разобраться с пятым постулатом (аксиомой о параллельных, иными словами), была создана геометрии, которая кардинально отличается от геометрии Евклида. На самом деле геометрия, которая существенно отличалась от геометрии Евклида, была создана раньше. Точнее так, некоторые её начала развивались в 17 веке, в работах, прежде всего, Паскаля и Дезарга.

Проективная геометрия.

Как бы геометрия. Некоторая структура математическая, которая позволяет очевидно что-то представить. Если смотреть на историю математики, то геометрия Лобачевского – это не первая геометрия, которая была неклассической. Первая по факту неклассическая геометрия — это проективная геометрия. Геометрия, которую развивали Паскаль, Дезарг. Что это такое? Это если у нас есть какая-то фигура и мы её куда-то проецируем. Сейчас это легко представить. У нас есть проектор, он проецирует на стену, изменяя сами величины, но сохраняя более-менее соотношения. Были диафильмы с маленькой картинкой и если её спроецировать на стену через диапроектор, то она станет большой, хорошо различимой и прочее. Величины как бы численно изменяются.

Вот проективная геометрия. Есть ли у неё какие-то свойства?

Если мы рассматриваем проекции фигур, которые изменяют их масштабы в конечном варианте, то всегда проекция — это изменение величины. Меньшее становится большим, но если наоборот пытаться представить себе, что мы имеем большую фигуру и проецируем на что-то маленькое, ближе подходящее к фокусу, тогда это меньшим становится. Как бы должно работать в обе стороны. Паскаль и Дезарг создали наброски проективной геометрии.

Что нужно, чтобы создать проективную геометрию? А что нужно, чтобы создать теорию чисел, например? Чтобы она была всеобщей теорией. В теорию чисел надо ввести понятие нуля. Ноль, это когда у нас нет чисел, но мы считаем, что у нас числа есть. Я бы сказал, что это собственное небытие числа, которое превращается в число. Другой пример того же самого: теория множеств, конкретней, пустое множество. У нас нет множества, но отсутствие множества мы считаем множеством. Собственное небытие.

Здесь я говорю философскими терминами: бытие, небытие. Математики, когда пытались об этом разговаривать, они тоже пытались разговаривать в такого рода выражениях. Но кто-то считал, что ноль не число. Вообще, введение нуля как числа, более-менее уверенное, это 15 век. В истории математики это тоже интересная проблема, если смотреть на математику исходя из современного знания, мы обнаружим множество разных структур: группы, операторы, расслоенные пространства. Фактом является то, что тогда такого понимания просто не было. Я говорю про то, что предмет математики изменяется.

Вот у нас есть проекции, и соотношения проецируемых фигур могут быть хорошо описаны математически. Не хватает чего-то предельного. Чего именно? Когда есть проекция, есть фокус проекции. Мы берём какую-то точку, из неё начинаем проецировать, и все фигуры вокруг, они начинают проецироваться на другие плоскости по сравнению с тем, на каких плоскостях они есть. Чтобы сделать такую проекцию, надо взять точку, то есть некоторую точку, до которой мы можем как бы дотянуться, указать её. А что будет, если точка проекции находится в бесконечности? Будет то, что проекция оказывается параллельной. То есть если мы точку проекции помещаем в бесконечность, всё абсолютно ровно из бесконечности выглядит. У нас не меняются масштабы проекции. Если несколько иначе (схема 43): У нас есть точка проекции, фокус и мы на что-то глядим, и оно преобразуется куда-то дальше. Будем удалять точку проекции в бесконечность. От угла α зависит изменение масштаба. Он будет стремиться к нулю. Поместим точку проекции в бесконечность, получим нулевое изменение масштаба. Параллельная проекция — это проекция с фокусом в бесконечности.

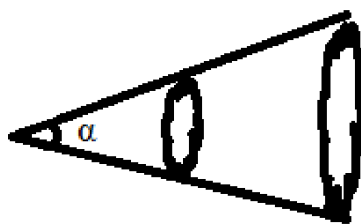


Схема 43.

То есть есть бесконечно удалённая точка и можно рассмотреть способы преобразования проекции, которые переводят из бесконечно удалённой точки в конечную и наоборот. И они геометрически оказываются хорошо определёнными. Точно так же: что мы получаем при таком взгляде? Мы получаем не просто одну бесконечно удалённую точку, мы получаем бесконечно много бесконечно удалённых точек, потому что параллельная проекция может идти под любым углом и они разные, когда мы по-разному проецируем. Бесконечно много бесконечно удалённых точек. Аналогично мы можем рассматривать проекции, которые выходят из прямой. У нас получаются бесконечно удалённые прямые. Далее, у нас есть бесконечно удалённые плоскости, которые тоже проективно определяются. То есть **проективная геометрия — это геометрия, в которую введены бесконечные элементы**. Это не то, что происходит с математическим анализом, когда туда входят пределы и прочее. Это нечто другое.

Если объяснять проективную геометрию несколько иначе, то: что такое **проективная геометрия? Это геометрия, где мы не фиксируем линейные размеры**. То есть у нас есть подобные фигуры. Что такое подобная фигура? Допустим, у нас есть два треугольника, один возникает из параллельного сечения большего или наоборот, мы берём маленький и достраиваем его, получаем большой. Но вот некоторое преобразование такое. Что при этом происходит? Как бы простейший случай, у нас есть некоторая величина, мы как бы рассматриваем некоторую проекцию этой величины куда-то, проекция из вершины треугольника, и в проекции величина выглядит большой (схема 44).

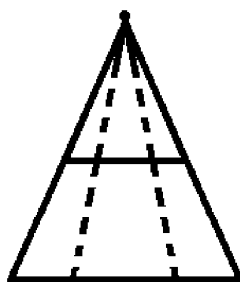


Схема 44.

На этом основано много разных вещей, например, театр теней. Если отвлечься от линейных размеров, то у нас будет возможность рассматривать и плоские фигуры и объёмные фигуры, как такие, которые могут быть увеличены, уменьшены и прочее, и вот это увеличение и уменьшение, оно, в принципе, закономерно происходит, проекции закономерно связаны, то есть можно строить теорию. Так вот, теория таких проекций частична, потому что она не учитывает, как бы, по-видимости, не связана с такими проекциями, в которых размеры не изменяются. Допустим, у нас есть проекция меньшего на большее, из какой-то точки проецируется, наоборот, если большее мы в меньшее хотим превратить, мы как бы обратно проецируем. То есть взаимнообратные операции. Но эта геометрия связана с изменением размеров и она оказывается как бы, по-видимости, не связана с такими проекциями, в которых размеры не изменяются.

А могут ли такие проекции быть, чтобы размеры не изменялись? А если мы представим себе, что точка проекции находится в бесконечности?

Тогда эти самые прямые пересекаются в бесконечности. Соответственно, если из бесконечности проецировать, то у нас получается ряд параллельных линий проекции. И проекция из бесконечности – это и есть преобразование, не изменяющее величины. Вот мы вводим эти преобразования, не изменяющие величины, проективные, вводим бесконечно удалённые элементы, и у нас получается некоторая полная система, которая включает обычную геометрию в геометрию проективную. Как бы некоторое обобщение получается.

Так вот, у нас появляется проективная геометрия. У неё, кстати, очень интересная история. Паскаль создал некоторый "мемуар", посвящённый проективной геометрии, Дезарг, они кому-то в письмах сообщили о том, что они создали, но никто не обратил внимание и работы их работы были потеряны. То есть они в письмах сообщали об этом разным другим математикам, но почему то никто не откликнулся. Рукописи Паскаля и Дезарга были утеряны и обнаружались только во второй половине 19 века.

Здесь есть ещё любопытная история. Во Франции после революции возникает множество вещей, в частности, там возникает Политехническая школа. Там родилась начертательная геометрия. Для инженеров важно иметь чертежи. Чертежи — это проекция фигуры на плоскости. Политехническая школа — это школа для техников. Она готовит инженеров и им читают лекции ведущие математики того времени, допустим, Гаспар Монж, который читал лекции по дескриптивной геометрии. Это была начертательная геометрия, которая связана с тем, что у нас есть какой-то объект, мы можем представить его в разных проекциях, и с этими проекциями как-то работать. Основа современного технического образования. То, что сейчас изучают во всех технических ВУЗах и не изучают на мехмате. Черчение. Эта дисциплина была секретной. Во Франции готовили инженеров, они работали с чертежами. Это была секретная технология. И успехи армии Наполеона, например, в частности,

определились тем, что у него были инженеры, которые могли решить различные инженерные задачи с помощью продвинутого метода. Здесь возникает ещё одна фигура: Жан-Виктор Понселе. Это инженер в Наполеоновской армии. Он попал в плен в Саратов. В русском плену он от начертательной геометрии перешёл к более общим структурам, создал курс проективной геометрии.

Вот 19 век. Истоки в 17 у Паскаля и Дезарга. Их рукописи были обнаружены во второй половине 19 века на чердаке какого-то дома. То же интересный момент того, как развивается математика: кто-то что-то придумал, потом раз, и это всё лежит, пылится два века, потом кто-то третий это всё открывает, а потом оказывается, что начатки этого были уже ранее открыты, но не были никому нужны. Вот вам развитие математики.

Развитие геометрии. Это не Евклидова геометрия. Изменения в геометрических теориях, это не только Евклидова-неевклидова геометрия. На базе как бы Евклидовой, но уже неевклидова теория, потому что включаются бесконечно удалённые элементы. Не просто включаются, а можно преобразовывать. Эта возможность перехода между параллельными проекциями и проекциями под углом принципиально неевклидова. Требуется вводить бесконечно удалённые элементы, чего у Евклида нет. То есть в онтологическую структуру геометрии Евклида не входят бесконечности такого рода.

То есть в чём смысл проективной геометрии? Из одного фокуса мы так преобразуем, а из другого иначе, но мы можем переходить от проекции из одного фокуса, к проекции из другого по понятным законам, а когда проективная геометрия приобретает полный объём, тогда можно менять конечную точку фокуса на бесконечную и наоборот. То есть полная группа преобразований получается.

Развитие других геометрий в 19 веке.

19 век, развитие геометрий. Становится понятно, что есть Евклидова геометрия, геометрия Лобачевского и геометрия Римана. Это геометрии, связанные с понятием кривизны. Тоже понятие, мы с вами находимся в пространстве и: вы видите, что оно кривое? Ну, как-то, вообще, само пространство увидеть – это интересная задача, но понять, что мы живём в чём-то кривом, хотя, если брать некоторые соображения, связывающие пространство не просто с расположениями объектов, а с действиями, то ясно, что, допустим, путь вверх, он длиннее, чем путь вниз. Вверх просто гораздо сложнее и с большими затратами надо карабкаться, а вниз можно просто покатиться и почти без усилий. То есть вроде бы расстояние одно и то же, но смотря куда мы идём, вверх или вниз. Здесь уже есть определённый момент неравноценности. То, что, говоря научным языком, называется анизотропия. Изотропия – это равнонаправленность. Изотропно — это значит во все стороны, одинаковы в разных направлениях. Анизотропия — это то, что в одних направлениях у нас не то, что в других. И это качественная неоднородность пространства. Скажем, если брать развитие представлений о пространстве, то что мы имеем? Начальные, повседневные,

мировоззренческие и т.д. Представления о пространстве — это представления о том, что есть некая сложная структура центров, направлений и уровней. Например: концепция мирового древа, которую описывают культурологи. Там разные уровни, на них действуют разные законы, связи. Такое разделение по факту присутствует во многих традиционных мировоззрениях. Переход к теоретическому осмыслению, когда начинается идея, что пространство имеет собственные характеристики и не зависит от объектов, которые его наполняют, это идея Галилея, в частности. Он один из тех, кто эту идею продвинул на базисном уровне.

Что значит, что пространство везде одинаково?

Это значит, что подлунная физика и надлунная физика организованы одинаково. То есть пространство под Луной, и всё, что там происходит, и пространство над Луной, они имеют одни и те же законы. Это, собственно, есть идея, которая кардинально изменяет мировоззрения. Не то, что Земля вращается вокруг Солнца, а не наоборот. Нет, это производное от ранее упомянутой идеи. То, что у нас Земля и Солнце равноправны по отношению к движению в пространстве, это более важно по факту. Собственно, это и есть содержание принципа относительности.

Как видите, я немного залезаю в физику, но здесь математика и физика не были жёстко разделены в те времена. То есть есть законы, они для всей вселенной одинаковы. Физика, которая строится на этих основаниях, принципиально другая, чем физика аристотелевская, потому что в ней нет понятия закона. Там есть некоторые сущности, «первые сущности», которые разнокачественны, атомарны и те, которые под Луной находятся, они некоторым образом устроены, но это устройство своё для каждой такой сущности. То есть такая сущность, она, вообще-то, является чем-то целым, но у неё есть части. Соотношение целого и частей для каждой такой сущности, которая есть, своё. Она тем самым отличается от других сущностей. Соответственно, сущности надлунные тоже некоторым образом устроены, у них своё устройство, но, в принципе, разные устройства физические (физические в смысле, что связанные с движением).

Что ещё несёт в себе это изменение? Здесь есть геометрический аспект, про который я сказал. То есть у нас исчезают выделенные направления, исчезают выделенные центры в нововременном понимании. Пространство становится однородным и изотропным.

Что значит однородное?

Все точки пространства однородны, то есть нет принципиально разных точек, когда у нас есть центры. **Центр — это точка, качественно выделенная.** Это не та точка, по отношению к тем точкам, которые вокруг. Нет, она качественно другая. Однородное пространство — это значит, что у нас нет выделенных точек. То есть первоначально идея науки Нового Времени состояла в том, что просто выделенная

точка меняется. Не Земля — выделенная точка, а Солнце. Но, при этом выделение этой самой точки связано с тем, что у нас становятся одинаковыми законы на Земле и в Космосе. То есть довольно однородная конструкция, по сути, хотя выделенная точка есть. А дальнейшее развитие физики приводит к тому, что выделенная точка становится относящейся к системе отсчёта. То есть мы систему отсчёта куда-то помещаем, оттуда наблюдаем, получаем некоторую картину, и идея тождества законов заключается в том, что мы можем сравнивать и переходить от одной системы отсчёта к другой. То есть в разных системах отсчёта мы наблюдаем мир, который организован одними и теми же законами. И в таком понимании выделенная роль Солнца теряется.

Неверно говорить, что вот раньше считали, что Земля центр, вокруг которого вращается Солнце и другие объекты, а вот Коперник ввёл систему, в которой: «мы знаем на самом деле, что Земля вращается вокруг Солнца». Это ложное утверждение. В зависимости от того, какую систему отсчёта мы выбираем, Земля может вращаться вокруг Солнца, Солнце может вращаться вокруг Земли. И Солнце, и Земля могут вращаться вокруг чего-то ещё, или двигаться по отношению к чему-то ещё. От системы отсчёта зависит. То есть как бы для школьников, для простоты говорят, что: "Была идея, что Земля в центре мира; но вот неверно, Земля вращается вокруг Солнца". Уменьшение значимости Солнца, как центра мира, в этом тезисе присутствует. Сам Коперник, вслед за Джордано Бруно, считал, что Солнце действительно находится в настоящем, реальном центре мира. Почему? Потому что Бог создал Солнце для того, чтобы весь мир освещать, и считать, что Бог поместил Солнце в угол Вселенной и оттуда освещает весь мир, это с разумностью Бога плохо сочетается. Освещать лучше из центра. Такие, своеобразные, но содержательные метафизические рассуждения. Ну а физика отошла и от Аристотелевского понимания, и от Коперниканского.

Некоторая система отсчёта. Но здесь эта идея, как устроен мир, она становится очень многоплановой и многозначной. Если всё-таки мир и то, что в нём происходит, описывать с помощью математик, то какая-то геометрия нужна. Лобачевский представил некоторую геометрию, которая сама по себе возможна, воображаемая, мнимая. Вообще-то он строил её в идейном контакте с мнимыми числами. Мнимая геометрия, воображаемая; числа тоже мнимые, воображаемые. В математике числа эти есть, почему бы не быть геометрии такой? Оказалось, что да, есть такая геометрия. Она может быть построена полным и непротиворечивым образом. Также как геометрия Евклида.

И возникает вопрос: если у нас есть мир или мы его описываем математически, то всё-таки, какова реальная геометрия мира? Естественный совершенно вопрос. Вопрос этот, в частности, о том, как математика относится к миру, как физика относится к миру.

Этот вопрос математики разрешали в разных направлениях. Одно из направлений, которое оказало сильнейшее влияние на развитие математики и физики, это то, что сделал Бернхард Риман. Он в 1859 году он был приглашён профессором математики в Гёттинген и прочитал там лекцию (Приглашён он был по рекомендации Гаусса, который в набросках высказал идеи неевклидовой геометрии типа Лобачевского. Но Лобачевский был функционером математики, он был деканом в Казанском университете, а университеты в России в то время, это методологические организации. Они создавали программы, по которым учились в школах, в тех губерниях, которые находились в ведомстве данных университетов. И, пользуясь своим положением, Лобачевский опубликовал свою воображаемую геометрию в «Записках Казанского университета». То, на что не решился Гаусс, на что не хватило времени жизни у Бойяи, венгра, который был убит на дуэли. Он некоторые письма написал, что геометрию надо развить так-то, так-то и так-то, но по факту не развил. Внешнее воздействие на математику, можно сказать. А вот Лобачевский находился в благоприятных условиях. В Казанском университете никто ему не мешал. Правда, математики того времени высказывали серьёзные сомнения в том, что на самом деле это математика. Допустим, Остроградский, был такой крупный российский математик, он, как ему казалось, нашёл ошибки в вычислениях Лобачевского. Но, сейчас известно, что это не так. Нет ошибок в вычислениях Лобачевского. Там речь шла о вычислении поверхностных и объёмных интегралов. В геометрии Лобачевского они вычисляются не так, как в Евклидовой и, соответственно, формулы, которые получаются, они не подтверждаются в Евклидовой геометрии, но это не говорит ничего о том, что геометрия Лобачевского неверна. У неё своя сфера предмета, своя истинность и так далее.). Риман произнёс речь при вступлении в должность профессора математики, занял кафедру математики по протекции Гаусса. Речь называлась: «О гипотезах, лежащих в основании геометрии». Говорилось об аксиомах и постулатах геометрии, которые он называл гипотезами. Кстати сказать, слово постулат по-гречески, это ὑπόθεσις («гипотеза»). То есть сейчас мы аксиомы и постулаты объединяем в общем понимании, а тогда это, ещё в античные времена было не так.

Что здесь сделал Риман? Он опирался на ряд результатов, полученных Гауссом ещё в начале 19 века. Гаусс входил в комиссию по измерению земли Ганновера, и там он пришёл к выводу, что то, как устроена какая-то поверхность (то есть она по Евклиду устроена или не по Евклиду), можно установить, находясь на этой поверхности, не выходя за её пределы. Это идея определения кривизны поверхности по её внутренним характеристикам. Например: Вот у нас есть апельсин, мы смотрим на него и видим, что он круглый и кривой. А вот если находиться на поверхности апельсина, можем ли мы понять, что он круглый и кривой? Гаусс показал, что да, можем. Он не развил эту идею.

Эту идею развил Риман. Он рассмотрел разные виды многообразий. Вот есть пространство, и когда мы говорим пространство, у него есть естественная физическая интерпретация, например: вот вокруг нас пространство, мы в пространстве, и т.д. А

когда говорят про различные экзотические пространства, допустим, есть семиотик Степанов, у него книга: «В трёхмерном пространстве языка». Язык — это трёхмерное пространство. Вот я не уверен, что вы способны эту штуку представить явным образом. То есть трёхмерное пространство, вот оно, вокруг нас, а вот то, что это язык, это как? Что-то типа метафоры, но в тоже время понимание, которое оказывается частично достаточно точным. Просто эта самая трёхмерность и пространственность оказываются не физической в случае языка. То есть мы не рассматриваем как распространяются звуковые волны в физическом пространстве, когда говорим про язык. Это совсем другое.

Многообразие.

Риман ввёл понятие многообразия. Он рассмотрел многообразие двух типов, при этом явно или не явно ориентируясь на Аристотеля, который говорил, что величины (у него это категории, "сколько"), эти "сколько", бывают дискретными и непрерывными. Это современными словами. Слово «дискретное» латинское, у Аристотеля его нет, но вот смысл такой. Дискретные величины — это числа; непрерывные — это геометрия. Это в простом изложении идеи. То есть числа очевидно дискретны, там единицы, они друг от друга очевидно отделены, могут собираться и т.д., но при этом их отделённость никуда не исчезает при сборе этих единиц.

В геометрии другое. Вот Риман ввёл понятие многообразия. Это некоторый пункт, который, на мой взгляд, недооценивают историки математики, историки философии и прочее. То есть речь идёт о том, что у нас есть многообразие физическое. Оно вокруг нас, многообразие, очевидно. Вопрос в том, как оно устроено? Какой тип пространства оно собой представляет? То есть пространство — это частный случай многообразия.

Допустим, в математике есть математический анализ. Как его рассматривают: у нас есть вещественные числа, которые представляют собой некоторое пространство. Если мы берём систему x, y , то у нас некоторое пространство как бы представлено плоскостью, функция там изображается геометрически, в общем, всё хорошо. Матанализ говорит о том, какие особенности имеются у функций, какие особенности можно выделять, которые характеризуют именно данные функции, как анализировать это всё. Это математический анализ на некотором естественном пространстве, пространстве естественных чисел. Можно сказать немного иначе: на некотором производном пространстве, где есть вещественные числа в x и вещественные в y , и некоторое их соотношение даёт многообразие функций и прочее.

Многообразия могут быть устроены принципиально по-разному. Я вам нарисовал круглый квадрат, это некоторая организация геометрического пространства. Там другая метрика, то есть функция расстояния. А Риман поставил вопрос в общем

случае, в общем виде: какие могут быть метрики? И показал, что есть, естественно интерпретировано, три типа метрики:

1) Пространство с нулевой кривизной, со своей метрикой. Это Евклидово пространство, Евклидова геометрия.

2) Метрика с постоянной отрицательной кривизной. Геометрия Лобачевского. Пространство Лобачевского.

3) Метрика с постоянной положительной кривизной (геометрия Римана).

Эти пространства то, что естественно интерпретируется на сфере. Это римановы пространства. Из этого проистекло то, что не очень выделяется историками и философами математики, а именно, что у нас появляется математический анализ на многообразиях. Не на множестве или поле вещественных чисел, или комплексных, а на многообразиях, которые могут быть устроены по-разному.

Допустим, такое многообразие, как бублик. Некоторая поверхность, в которой есть некоторая толщина. Бублик – это не сфера, потому что в нём есть дырка, а в сфере нет (схема 45а). Соответственно, можно строить другие многообразия. Это двумерное многообразие. Тор называется. Можно строить не просто бублик, а его расширять и строить крендель, где есть ещё одна дырка. (схема 45б) Они по-разному устроены и если на них математику строить, исходя из них, то получается разная математика, в зависимости от типа многообразия, которое лежит в основе.

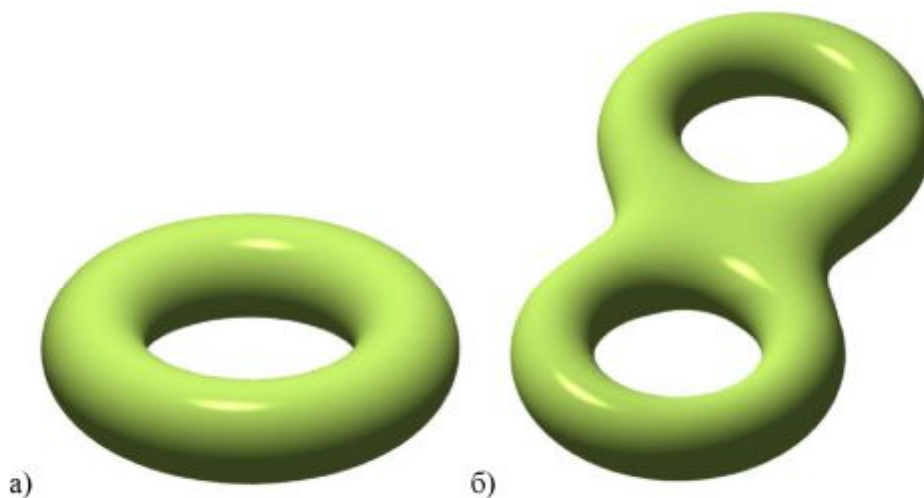


Схема 45.

Теория многообразий по факту является некоторой основой современной математики. О чём не очень хорошо знают многие, в той или иной степени с математикой соприкасающиеся. Допустим, в каком-нибудь инженерном техникуме

вполне достаточно простого матанализа, где нет никаких бубликов и прочего как базисных многообразий. Ну и там, естественно, ничего такого не рассматривается.

Я к чему, что современное содержание и строение математики сильно отличается от некоторых простых, примитивных представлений. И представление о том, что у нас есть многообразия и, соответственно, вопрос о том, в каком мире мы живём, это вопрос не общематематический. Математических многообразий может быть огромное количество. Это вопрос, по сути, физический. Математика не говорит нам о том, в каком мире мы живём. Сказать в каком мире мы живём может физика, которая покажет нам, какая из геометрий является геометрией нашего мира, опираясь на физические условия, ограничения и т.д.

Вот некоторый итог развития математики и геометрии в 19 веке. Это одна из линий развития геометрий, понимания того, что такое геометрия. А есть другая линия, которую развил, в частности, Феликс Клейн. Тоже крупный математик 19 века. Что такое геометрия, с этой точки зрения? Геометрия задана, когда у нас есть некоторая группа преобразований на многообразии. Многообразия могут быть разными. Группы преобразований могут быть разными. Геометрий огромное количество. Например: существуют конечные геометрии. Геометрии, в которых конечное число объектов (точек, плоскостей, линий и т.д.). Некоторый интересный факт, который сложно вообразить, исходя из Евклидовой геометрии, но вот есть, как один из вариантов.

В общем, я постарался вам рассказать о некотором размножении этих геометрических конструкций. Дальше я пойду в сторону бесконечности, физики.

Лекция 15.

Продолжим рассмотрение математических вопросов.

Ещё про геометрическую интерпретацию чисел.

Математика сейчас воспринимается как основа современного не только естествознания, но наук в целом. Однако, математика изначально была связана с некоторыми интерпретациями математических моделей, теорий, объектов на мире. Например, такие структуры как числа, числовые структуры, могут очень разными способами интерпретироваться как более-менее геометрические конструкции. Или, допустим, бесконечная плоскость. Она не конечна, но в тоже время может некоторым очень для математика естественным образом интерпретироваться на конечных геометрических объектах.

Вот у нас есть плоскость, я её рисую очень условно, потому что ясно, что её границы где-то в бесконечности. Давайте возьмём сферу, которая лежит на плоскости. У сферы есть точка касания плоскости, и есть точка противоположенная. Какова противоположенная точка? Если накрыть эту сферу ещё одной такой же плоскостью в этой касающейся точке (противоположенной), то эти две плоскости будут параллельны. Значит сфера находится между ними. Давайте представим, что через эту точку, диаметрально отстоящей от точки касания, мы проводим разные прямые, которые пересекаются с нашей плоскостью (изначальной). И каждая такая прямая пересекает эту сферу в одной и только одной точке. Что получается? Что все точки плоскости, за исключение бесконечно удалённых, единственным образом представлены на этой сфере (схема 46).

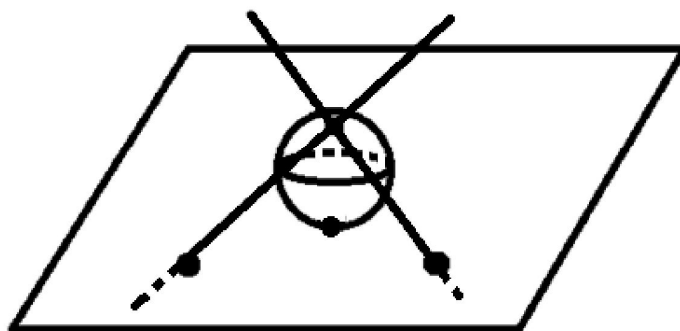


Схема 46.

То есть с точки зрения математика, что такое сфера? Мы берём плоскость и сворачиваем её. При этом не сохраняются расстояния между точками, то есть на плоскости это будет большое расстояние, а на сфере между этими точками расстояние маленькое, и чем дальше, тем меньше (схема 47).

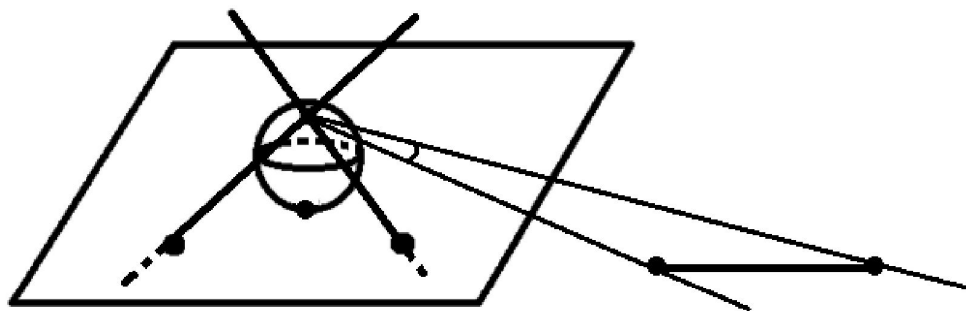


Схема 47.

Расстояние не сохраняется, но некоторая аналогия между плоскостью и сферой имеется. Единственно что этих бесконечно удалённых точек бесконечно много, но они все как бы стягиваются в одну, особую точку этого отображения, отображения между плоскостью и сферой.

Далее, у нас есть плоскость, и на ней мы возьмём целочисленные точки. Соответственно, плоскость разбивается на ряд квадратов. И как представить себе то, что происходит на плоскости? Есть такая функция, здесь у нас вещественные координаты. Вещественное число в естественном представлении – это некоторое количество единиц и дробная часть. Вот у нас есть ось x и y . Рассмотрим функцию $f(x, y) = (\{x\}, \{y\})$ (фигурные скобки используются, в частности, для того, чтобы обозначить дробную часть x). Тогда, у отрицательных чисел, когда вычисляется дробная часть, она рассматривается как положительная. Если мы берём такую функцию, то у нас вся плоскость отображается на квадрат $(1, 1)$, ну не совсем на квадрат, потому что одна из единиц переходит в 0. Тем не менее, что получается при таком отображении? Давайте рассмотрим последовательно. Рассмотрим его, допустим, по y . Вот у нас y увеличивается, доходит до 1, а дальше дробная часть смещается к 0 (схема 48).

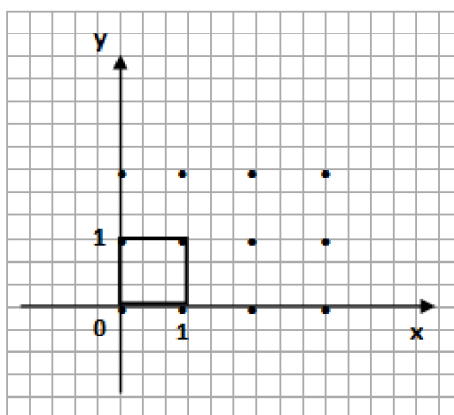


Схема 48.

То есть у нас получается следующее. Вот у нас ось (o, x) , а вместо оси y , у нас получается некоторое кольцо. Его длина равна 1. Чем ближе мы подходим к 1, тем ближе мы оказываемся к 0. То есть получается, что мы берём плоскость и сворачиваем её в такой бесконечный цилиндр (схема 49).

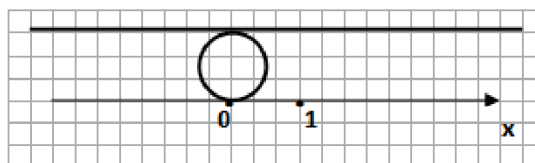


Схема 49.

Аналогично, когда мы рассматриваем движение по x , у нас возникает похожая конструкция, но только это будет уже перпендикулярное вот этому кольцу кольцо, но уже в которое сворачивается x . То есть получается то, что называется "тор" или "бублик" (схема 50).

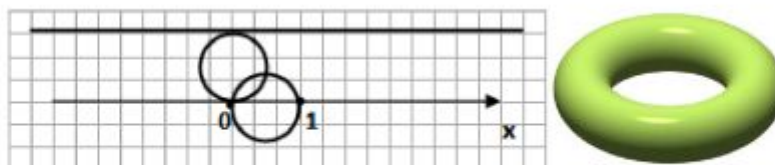


Схема 50.

С некоторым растяжением, искажением, но это тор. То есть мы берём этот самый цилиндр и, искривляя его, сворачиваем и получаем окружность. Опять всё тоже самое. Вот у нас есть отображение плоскости на тор, на бублик. И локально, то есть в пределах некоторого квадрата, у нас всё однозначно. Ну а дальше выходим за пределы квадрата и повторяется тоже самое. Такой механический пример: предположим, что у нас есть частица, которая на плоскости движется равномерно и прямолинейно. Движение на такой плоскости такой частицы описывается некоторой прямой. Мы как бы на плоскости движемся за пределы квадрата, а на самом деле мы заворачиваем на квадрате движение, и у нас получается система этих движений, которую можно представить как некоторый бильярд на квадрате. Бильярд, это когда у вас шарик катится, ударяется в борт и дополнительным углом отскакивает. То есть это уже некоторая модель поведения физической, динамической системы (схема 51).

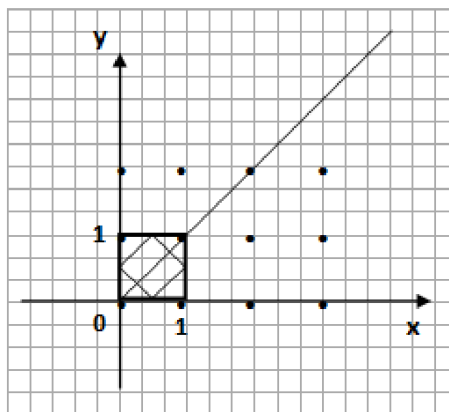


Схема 51.

И, допустим, если у нас частица движется под углом рациональным, тогда её траектория на квадрате будет конечной, а если частица движется под углом иррациональным, тогда её траектория заполнит весь квадрат. Два таких типа движений. Там где траектория конечная, рациональные углы, там у нас есть некоторое выделенное множество положений, которое может занимать бильярдный шар в бильярде. А если у нас иррациональный угол, то траектория заполнит квадрат. Если более точно, то траектория когда-нибудь пройдёт бесконечно близко от любой точки квадрата. А если трансцендентный? То тогда траектория просто заполнит весь квадрат, буквально в каждую точку попадёт. Это, конечно, с самопересечением траектория, но представьте себе: частично прямая линия, которая заполняет квадрат.

В современной физике системы, которые занимают все возможные точки, называются хаотическими. Упорядоченное движение, упорядоченные системы – это ограниченное подмножество среди всех абсолютно возможных состояний. О чём здесь идёт речь? Начал то я как бы с чисел, но задал другую метрику, то есть другое расстояние между числами, и у меня получается некоторое геометрическая, по сути, конструкция. Вообще, числа очень естественно связаны с некоторыми геометрическими конструкциями и они не только такие, к каким вы привыкли (вещественная прямая, Евклидова плоскость и т.д.). Про это я уже говорил, сейчас я с несколько другой стороны к этому подхожу. Здесь начинается такая сфера, где обнаруживается некоторая содержательная и конструктивная избыточность математики. То есть изменение метрики — это изменение определений того, насколько близки друг к другу разные точки. А близость, степень близости кажется очень естественным связывать с числами. Но не любые математические конструкции оказываются связаны с возможностью измерить точно расстояние между какими-то объектами. То есть близость есть, мы можем с ней работать, но точного знания о расстоянии нет, метрики нет.

Топология.

А что есть? А есть топология. Такое математическое слово, которое философы в последнее время стараются осваивать гораздо более активно, чем раньше. При этом есть такие разновидности топологии, которые являются скорее чисто метафизическими и философскими. Допустим, можно рассматривать, топологию как некоторое по сути теологическое учение. Есть "топос", душа, она обладает некоторыми "топосными" или теологическими характеристиками и этим занимаются, допустим, в школе Оруджева, есть такой философ. Ну это, я бы сказал, такое, спекулятивное направление. Допустим, более-менее активно указывают на Флоренского, который немного знал современную ему математику, и придумал метафизическую конструкцию, в связи с теорией относительности, которая развивалась в начале 20 века, и он её изучал на математическом факультете. Но он был опять-таки религиозно настроен и философски интерпретировал слово мнимый. Мнимая единица, это воображаемая единица, это, вообще говоря, идея. То есть мы можем некоторым образом сопоставить идеям комплексные выражения. Ну и на этом основании идею Флоренского пытаются развивать, на "щит поднимать" и т.д. Но здесь я выскажу своё крайне отрицательное отношение к этому направлению. Дело в том, что у него какая основная идея? Что при переходе через световую скорость материальное тело превращается в идеальное, идею. Но эта теория существенно, как бы по мягче сказать, бессмысленна, по той причине, что если бы дело обстояло таким образом, и у нас материальные тела превращались бы в идеи, которые там дальше взаимодействуют по физическим законам, то из этого следовало бы, что идея человека должна притягиваться к идеи Земли с силой, соответствующей массам, что, вообще-то, является совершенно безумным предположением по отношению к идеальному миру. Тяготение между идеями. Ещё, может быть электрическую теорию там ввести, некоторую идею положительного и отрицательного, и отрицательное притягивается к положительным?... Я повторяю, что с моей точки зрения, это абсолютно бессмысленно, но, тем не менее, Флоренский вошёл в историю, по крайней мере русской философии, и им занимаются. Ну это я отвлёкся.

Вопрос о том, как нам относится к математике и физике, эта самая топология. Есть такая точка зрения, что математика основана на теории множеств. Скажем так, теория множеств оказалась очень удобным средством представления математических теорий. Это факт. Но вот противоречия, которые обнаружились в теории множеств, показывают, что некоторая наивная теория множеств со строгой логической точки зрения неприемлема, а если убрать ограничения, которые накладываются на теории множеств, то у нас получается довольно сложная и в целом не очень интересная математика. А математики, большая часть, они используют теорию множеств в совершенно классическом ключе.

Так вот, теория множеств. Что это такое?

Это теория относительно некоторого набора объектов, которые имеют тип множества, относительно некоторого набора объектов, которые имеют тип элемент множества, относительно того, что есть свойство или отношение между элементами и множествами, свойство принадлежности. Есть операции, которые можно производить с множествами. Их можно объединять, их можно пересекать. Есть два выделенных множества это: пустое и весь универсум, как объединение всех множеств вообще. И там есть две базовые аксиомы, что: 1) объединение любых двух множеств будет множеством (но она обычно рассматривается в расширенном варианте: объединение любого количества множеств будет множеством); и аналогичная аксиома: 2) пересечение множеств, как минимум двух множеств (а на самом деле пересечение любого количества множеств), это тоже множество. Казалось бы, всё так просто и понятно. И на этом основании можно строить разные конструкции. Топология – это математическая теория, которая очень похожа на теорию множеств, только она обычно оперирует не с множествами, а с окрестностями. Вот есть окрестности, которые составляют топологию, и объединение любого числа окрестностей будет окрестностью. Тут отношения примерно следующие: у нас есть какие-то элементы, у элемента есть окрестность, элемент принадлежит окрестности.

Топология позволяет вводить некоторые дополнительные структуры, например, позволяет вводить понятие границы множества. То есть у нас есть какое-то множество. Если задана топология, то можно определить, что у этого множества есть какая-то граница. Допустим, отрезок $[0, 1]$ – это некоторое множество, и границей отрезка $[0, 1]$, являются точки 0 и 1. А что такое граница? Граница состоит из граничных точек. Граничная точка — это такая точка, в любой окрестности которой есть точка, принадлежащая множеству, и точка, не принадлежащая множеству. Соответственно, есть отрезок $[0, 1]$, его граничные точки это 0 и 1, они принадлежат множеству. Если мы возьмём интервал $(0, 1)$, у интервала $(0, 1)$ те же самые граничные точки, 0 и 1, но граничные точки интервала ему не принадлежат.

Понятие границы оказывается крайне важным. Ряд основных определений Евклида в геометрии как раз посвящены тому, что является границей чего. Допустим, есть линии, и границами линий являются точки. Если у нас есть некие плоские фигуры, то границами плоских фигур являются линии. Если есть объёмные фигуры, то границами объёмных фигур являются плоские фигуры. Это довольно существенные и базовые определения.

Так вот, чем отличается топология от теории множеств? Практически все аксиомы теории множеств верны для топологии, за исключением одной: пересечение конечного числа окрестностей является окрестностью. То есть если мы берём нечто и его окрестности, ну или вообще, вот система окрестностей, пересечение только конечного числа окрестностей является окрестностью. Из этого вытекает множество очень существенных различий между топологией и теорией множеств. Заменили

бесконечное пересечение на конечное и получили другую математическую теорию. Причём именно эта теория и является базисной для геометрии, входит в аксиоматику. Не очень явно, но входит.

То есть смотрите, какая вещь. Вот у нас были числа, натуральные числа. Есть аксиоматика натуральных чисел. Эта аксиоматика не выполняется для целых чисел, потому что в аксиоматике натуральных чисел есть наименьшее натуральное число, а для целых чисел нет наименьшего целого числа. Точно также аксиоматика целых чисел не выполняется для рациональных чисел. Рациональные числа и вещественные числа точно также устроены по-разному. Ну и то, что вещественные числа и комплексные числа устроены по-разному, это ещё более очевидно. То есть у нас есть как бы последовательность числовых конструкций, которые друг с другом тесно связаны. Одна конструкция является частью другой, но другая возникает на других основаниях. Можно сказать, что в этом смысле топология является некоторым преобразованием теории множеств. Всего одна аксиома заменена, и мы получаем кардинально другую теорию. Это к вопросу о многообразии математики, её некоторой избыточности в этом смысле. Казалось бы есть некоторый минимум, и на нём всё строится, а вот нет. Не так. Необходимо нечто новое добавлять, изменять, и тогда у нас получится нечто действительно существенно новое.

Типы геометрий:

Полярные координаты.

Я уже говорил, что геометрия — это группа преобразований на многообразии. В этой связи какие ещё есть типы геометрий? Допустим, геометрии, которые связаны с недекартовыми системами координат. Некоторые вещи в этих геометриях оказываются гораздо более простыми, а некоторые наоборот, сложнее.

Скажем, геометрия, связанная с полярными координатами. Полярные координаты задаются, например, на плоскости, двумя величинами, но эти величины — это не расстояния по осям. В полярных координатах некоторым образом выбрана ось, точнее, полуось. Есть некоторое начало, 0. Дальше полуось до бесконечности, обозначу R . Если есть у нас какая-то точка: как определить расстояние до этой точки от нуля? Мы строим прямую для этого. Эта прямая имеет длину, некоторую величину r , а кроме того, есть ещё некоторый угол φ , и точка имеет координаты (r, φ) . r при этом всегда больше нуля, угол φ — это по модулю 360° . То есть φ — это от 0 до 360. Но 360 — это тоже 0. Некоторая аналогия, кстати, с ранее показанным в этой лекции замыканием (схема 49). Некоторые вещи в этой геометрии совершенно естественны. Что такое спираль? Это уравнение $r = \varphi$. То есть мы из 0 выходим, проходим 2π , потом 4π , и т.д. Вот вам спираль (схема 52, на схеме спираль Архимеда, $k = 1$).

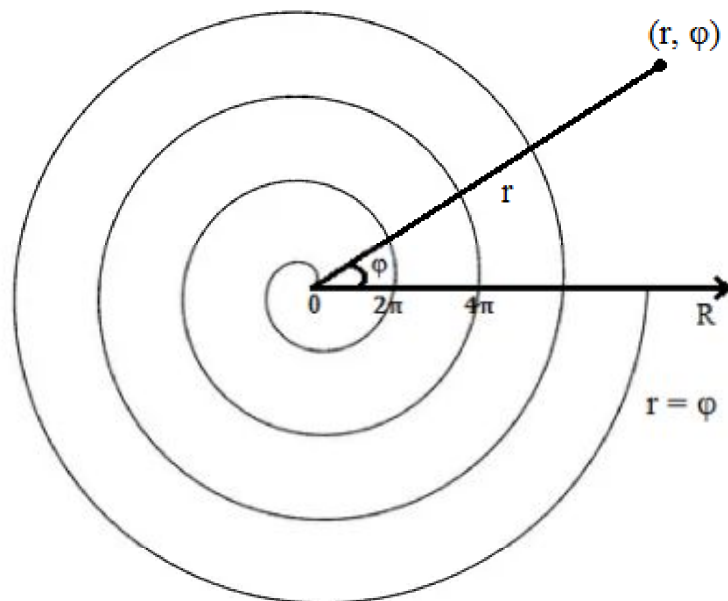


Схема 52.

Кривая, которая трансцендентна, то есть её в декартовых координатах нельзя выразить как некоторый многочлен в соотношении x, y , в полярных координатах является простейшим уравнением.

Есть много далее развиваемых типов координат, и с этими типами координат связаны, соответственно, системы геометрий, которые по-разному выражают разные геометрические объекты. В принципе, в Евклидовой геометрии всё это будет эквивалентно, то есть способы перехода, но эти способы как бы иррациональны, по крайней мере, или трансцендентны.

По базовым метрическим отношениям.

Сейчас я заговорил о некоторых ключевых, так сказать, моментах. Геометрии различаются по тому, какие там базовые метрические отношения. Вот это метрическое отношение, метрика, по другому задаётся (как в полярных координатах в отличие от декартовых). Хотя эта метрика и совместима с Евклидовой, но она плоская, то есть, в принципе, есть разные плоские геометрии. То есть здесь мы видим разные типы пространств, которые изучает геометрия. Кроме того, есть геометрии, которые традиционно развивались, и они довольно обособленно, я бы сказал, развиваются, делящиеся по тому, геометрия каких объектов изучается. Есть геометрия выпуклых тел, геометрия многогранников, геометрия поверхностей. В случае с многомерными геометриями, там гораздо больше выбор. То есть, допустим, есть геометрия трёхмерных многообразий. Трёхмерное многообразие — это многообразие, которое имеет три измерения. Мы обычно, когда говорим про трёхмерные многообразия,

представляем себе нечто вроде какой-то области в евклидовом пространстве. То есть я взял, допустим, шар, не сферу, а шар, и он как бы конечен, ограничен сферой, но, вообще-то, он внутри себя трёхмерен. Куб как бы тоже трёхмерен. Но здесь, конечно, надо отличать куб, как тело, и куб, как некоторую поверхность. Кубическая граница, или тело, или кубом называть саму границу. Но обычно называют то, что внутри. Так вот, давайте напряжём ещё немного воображения и, смотрите, вот у нас есть плоскость. Если плоскость свернуть, соединив бесконечные точки, у нас получится сфера. Представьте себе, что мы берём трёхмерное пространство, и, по аналогии с плоскостью, сворачиваем трёхмерное пространство так, чтобы все его бесконечные точки соединились в одну. У нас получится конечное трёхмерное многообразие, которое будет трёхмерной сферой. Когда я рассматриваю трёхмерное многообразие шар, шар – это не сфера. Сфера — это граница шара. Эта трёхмерная сфера, это граница четырёхмерного шара.

Что будет, если мы будем рассматривать сечения этой сферы? Если у нас есть двумерная сфера, её сечение плоскостью проводится. Сечение двумерной сферы – это окружность. Соответственно, если рассекать трёхмерную сферу, то сечением будут трёхмерные шары, которые будут частичными границами. Это не так легко представить, но если вы будете упражняться в математике, то вы сможете когда-нибудь это представить, я так скажу. Вот здесь явно требуется некоторое усилие воображения, даже усилия воли, но геометрия трёхмерных многообразий, это хорошо развитая область математической науки. Она только сферами не ограничивается. Есть и более сложные, более интересные многообразия. Что уж там говорить, про четырёхмерные многообразия. Не четырёхмерное пространство, а четырёхмерное многообразие. И здесь есть один интереснейший факт, который меня приводит в изумление уже давно. С тех пор, как я его узнал, учась ещё на мехмате.

Когда у нас есть сферы, то сферы, это, что такое?

У нас есть какое-то пространство, допустим, одномерное, сфера — это множество точек, которые находятся на одинаковом расстоянии от центра. Ну, предположим, что центр в нуле, тогда сферой являются две точки, это на прямой. На плоскости, соответственно, у нас сферой является окружность. В трёхмерном пространстве сферой является собственно сфера. Это просто сферы разных размерностей. Соответственно, можно говорить о сферах трёхмерных, четырёхмерных, пятимерных, шестимерных, семи, восьми и далее.

При этом интересен вопрос, а как они устроены, эти сферы?

Есть такое понятие, гомотопическая группа. Что это такое? Это некоторая группа преобразований, которая позволяет перевести какое-то многообразие в себя, при этом может быть с искажениями, но без разрыва. Непрерывно перевести. Соответственно вопрос. Вот у нас есть одномерная сфера S^1 , – это окружность.

Сколькими способами непрерывно можно перевести окружность в саму себя? С одной стороны, её можно просто вращать, и это как бы её оставляет на месте. С другой стороны, можно как бы поменять порядок, отразить. Это мы как бы умножаем на -1 . А можно окружность на себя намотать два раза. Это уже не то, чтобы её просто вращать. У нас две разные точки окружности перейдут в одну. Соответственно, окружность на себя наматывать три раза, четыре, пять и т.д. Точно также отображать её в минус: минус один, минус два и т.д. То есть гомотопическая группа одномерной сферы, то есть окружности, она эквивалентна целым числам. Когда у нас есть двумерная сфера, положение примерно такое же, только у нас есть два направления, в которых мы можем вращать комбинацию. То есть у нас есть опять множество целых чисел, но оно уже как бы удвоено. И вот, соответственно, все преобразования сферы в себя, они более сложно устроены, но, в принципе, как множество целых чисел. И когда у нас есть такие преобразования, гомотопические, которые мы гомотопически преобразуем в группу, гомотопий, то у нас эти группы гомотопий выглядят как некоторое повторение для сфер. Сферу будем наматывать в зависимости от размерностей в разных направлениях, но, в общем, всё как бы тривиально. Это тривиальные гомотопические группы.

Так вот, удивительный факт: гомотопическая группа семимерной сферы нетривиальна. То есть до шести измерений, что мы можем со сферами сделать? А просто их сами на себя наматывать какое-то целое число раз, а вот семь, там появляется что-то новое. Почему семь? Я не понимаю. Меня это удивляет до сих пор. Но это такой хороший пример того, что у нас вроде бы всё просто, просто, просто в математике, а потом вдруг раз – и появляется что-то, что изначально предвидеть, в общем-то, совсем нельзя было. И это речь идёт о конечном усложнении. А если до бесконечного усложнения добраться, если у нас будут бесконечномерные разного рода объекты, бесконечномерные пространства?

Вот допустим, бесконечномерное пространство. Вещь интересная. Так-то сказать легко: бесконечномерное пространство, чисел бесконечно много, бесконечно много измерений. В общем, как с числами? Мы не представляем себе, что такое бесконечное множество чисел, так вот явно не можем, но привыкли. У нас есть бесконечное множество чисел, мы их как-то используем, причём очень рационально. Но в конечном счёте кажется, что бесконечномерное пространство тоже как-то поддаётся этой магии символического представления, я бы так сказал. Но всё не так просто.

Я буду рисовать некоторые начальные конструкции, которые сами по себе конечны, которые затем дадут некоторое представление о том, как это оно дальше нам в бесконечность идти. Вот у нас есть двумерное пространство, и есть квадрат стороной 1. У этого квадрата диагональ равна $\sqrt{2}$, что, в общем-то, больше чем 1 (схема 53а).

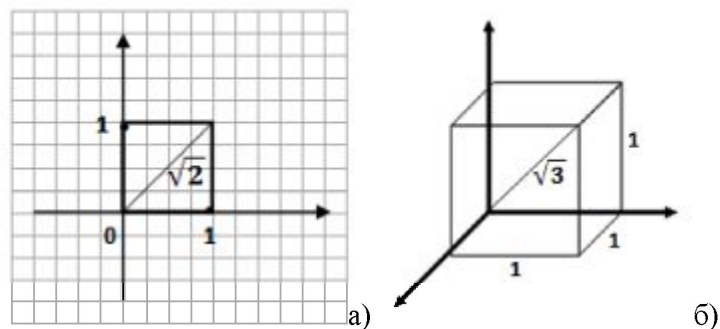


Схема 53.

Пусть у нас есть трёхмерное пространство, тогда у нас есть некоторый куб. Далее построить длинную диагональ. Длина диагонали куба со стороной 1, будет равна $\sqrt{3}$ (схема 53б). Значит, далее, переходим к четырёхмерному пространству. Там диагональ $\sqrt{4}$. Далее, в пятимерном, $\sqrt{5}$. И т.д.

Внимание, вопрос: чему равна длина диагонали куба в бесконечномерном пространстве?

Бесконечности. Вроде бы мы берём конечные объекты, их бесконечно соединяем, и у нас получается некоторое не очень хорошо представимое, но по аналогии представляемая величина, бесконечность. Что из этого вытекает, одно из следствий? То, что объём такого куба, со стороной 1, он будет равен бесконечности. То есть мы его строили конечным образом, а объём его бесконечный. Если мы хотим в бесконечномерном пространстве построить какую-то фигуру и связать с ней какие-то измеримые величины, то мы по определению не можем всё время пользоваться конечными величинами, ну мы можем пользоваться конечными, но эти конечные величины должны уменьшаться и сходиться к нулю, тогда у нас может получиться что-то конечного объёма в бесконечномерном пространстве.

Как это связано, допустим, с физикой?

Очень странным образом. Кто-то из вас уже мог слышать, что в квантовой механике основной объект, вот мы говорим элементарная частица, но там речь идёт о волне. Волна — это некоторый объект, который является функцией в бесконечномерном пространстве. И характеристики этой функции, чтобы с ними можно было работать, они должны быть измеримы. Но функция, которая определяется множеством характеристик, и сами эти характеристики должны образовывать некоторый сходящийся ряд. В принципе, это возможно.

Там у нас есть отрезок, мы берём у него половину, прибавляем четверть, одну восьмую, шестнадцатую и т.д., ряд сходится, получаем единицу. Я это рисовал уже ранее (схема 38). То есть представить это можно, проблема в другом. Для корректной

работы квантовой механики требуется, чтобы бесконечномерное пространство было гильбертовым. Я его точно определять не буду, я его охарактеризую. Гильбертово пространство — это бесконечномерное комплекснозначное пространство. То есть там бесконечное число измерений, каждое из которых является комплексной плоскостью. То есть математически это всё так. Но здесь есть некоторая проблема, проблема перенормировки.

Дело в том, что когда у нас есть конечномерные пространства, когда у нас какой-то объект есть, то от манипуляции с системами координат объект не меняется, он просто по-разному выражается в этих системах. В случае с бесконечномерным пространством, это сделать нельзя. При каком-то представлении этого объекта мы поострили некоторую систему измерений, бесконечную, бесконечное количество измерений, и в ней этот объект определён набором значений по каждому измерению, и в сумме это всё сходится, то есть даёт конечное значение. Так вот, при перенормировке, то есть при повороте системы координат, у нас не сохраняются интегральные параметры объекта. То есть проблема перенормировки — это то, что от поворота системы координат меняется объект. Что, вообще-то, не очень физично. Объект должен быть более-менее устойчиво определён.

Физики вышли из этого положения, применив некоторую хитрую систему преобразований функции, которая сохраняет конечное значение из функций. По факту там получается, что из всего множества конечных преобразований выбирается проективное. Там меняются размеры, в проективном. Здесь тоже меняется размер, но конечным остаётся. В общем, вопрос о физичности — это очень серьёзный вопрос по отношению к квантовой механике и физике вообще. То есть есть математическая модель, она "хорошая", красивая, в некоторых случаях работает, но тем не менее принципиально здесь получается, что она работает неуниверсальным образом, есть такие преобразования, которые делают из неё нефизическую модель, там, где возникают эти бесконечные значения, расходимости. В общем, проблемы имеются.

Дифференциальные геометрии.

Далее, возвращаясь к нашим геометриям, допустим, есть ещё разделение. Я сейчас говорил про то, что геометрии в многомерных случаях оказываются тоже достаточно сложными, разными и прочее. Вот пример со семимерной сферой, он, на мой взгляд, вполне убедительно это доказывает, но как один из примеров даже конечного усложнения, а бесконечные усложнения, повторяю, там ещё другие проблемы возникают. Но вот это как бы то, что можно назвать "геометрия в большом". То есть мы рассматриваем как бы весь универсум геометрических объектов как нечто единое, целое, упорядоченное.

В принципе, есть другой подход к геометрии, "геометрия в малом". Дифференциальная геометрия, другими словами. Что это значит? Дифференциал — это бесконечно малая, как известно в математике. Мы задаём некоторые геометрические,

бесконечно малые соотношения. При этом никто не заставляет нас делать так, что эти бесконечно малые соотношения, соотношения в малом, были везде одинаковы. То есть у нас может быть геометрия переменная: в одном месте она в малом устроена одним образом, в другом, другим. Чтобы это была более-менее единая геометрия, надо иметь способы перехода между этими по-разному устроенными, можно сказать, метриками, то есть этими функциями расстояния.

Что ещё такого сказать зажигательного про геометрии? Когда мы говорим про геометрии, общее понимание геометрии сейчас, что это группа преобразований на некотором многообразии. Эти многообразия могут быть устроены по-разному и группы могут быть разные. В частности, многообразие может быть конечным, то есть конечное число объектов в многообразии. И на этом многообразии группы преобразований. Это конечная геометрия. Возможен огромный спектр этих конечных геометрий, в зависимости как от просто количества элементов в многообразии, так и от тех групп преобразований, которых при этом можно рассматривать. Представьте себе геометрию, в которой конечное число точек. Вот как она должна быть устроена? Это тоже из разряда "упражняйте воображение" или читайте математические книги, надеюсь понять.

Геометрии с векторными и тензорными пространствами.

Допустим, ещё, геометрии связанные с векторами. Здесь есть векторные пространства. Это тоже тип пространств, который изучает математика. И в отличие от обычной геометрии, в них вектор – это не просто отрезок, это направленный отрезок. И, соответственно, преобразования объектов в векторных пространствах, оно своеобразно. Там есть векторное сложение, векторное умножение, есть скалярное умножение и скалярное произведение. В общем, это более сложная геометрия, но она оказывается очень инженерно хорошо интерпретируемой и применимой. Это уже не в чистом виде геометрия Евклида.

Но кроме векторных пространств, есть ещё тензорные пространства. Что такое вектор? Обычно это некоторая величина в многомерном пространстве, как минимум в двумерном пространстве, потому что в одномерном пространстве векторы слишком просто устроены, там сложности нету, а в двумерном пространстве, векторы там вполне. Допустим, векторное произведение: это площадь чего? Некоторого параллелограмма. Так вот, есть некоторая величина, которая многомерно раскладывается, и там есть эти самые величины. Допустим, в трёхмерном пространстве векторное произведение трёх величин даст объём тоже некоторого параллелепипеда. И т.д.

Есть тензорные пространства. Это пространства, которые обобщают идею векторных пространств. Тензоры – это такие величины, которые могут сочетаться некоторым сложным образом, скажем так. При этом там некоммутативные операции с тензорами. В общем, это тоже раздел высшей математики, который связан с довольно развитой инженерией, то есть инженеры овладевают тензорным анализом на старших

курсах, с ним сложнее работать, векторный анализ как база, на первом, втором курсе. Но я подчеркну, что инженеры работают с тензорами, не математики. Те, кто в прикладных задачах применяют эти математические конструкции и то, что рассчитывается в прикладных задачах, оно более-менее работает, получает некоторое практическое подтверждение своей действительности.

Если у нас есть многообразия, то с ними могут быть связаны разные пространства. Как сами многообразия будут представлять некоторый тип пространств, так и производные пространства. Допустим, если у нас есть какое-то многообразие, и оно устроено некоторым гладким образом (Слово гладкий, в принципе, в математике означает что-то более-менее близкое к естественному для человека понятию гладкий. Гладкий, то есть без углов, каких-то выступов, можно более-менее ровно пройти по поверхности). Так вот, если многообразие достаточно гладкое, то с ним можно связать расслоения над многообразием, и, соответственно, расслоенные пространства можно получить. То есть у нас есть многообразия, там есть, допустим, какое-то движения, функции движения, скорость, например. Но скорость, изменение какой-то функции, она определяется как касательная, соответственно, она определяется в плоскости, которая не лежит на самой функции, а её только касается. Некоторый такой слой. Можно брать вторую, третью, четвёртую производную. У нас появляются всё новые и новые слои над многообразием.

А функции с многообразиями связаны как?

Функция ведь преобразует какое-то множество в некоторое другое множество. График функции – это как раз и есть некоторое представление такого отображения. Этот график мы рассматриваем как некоторое многообразие. Касательная – это другое. Если есть изменения скорости, у нас появляется ускорение. Это естественная физическая интерпретация. Для последующих расслоений уже гораздо сложнее подобрать физическую интерпретацию, но тоже возможно.

Лекция 16.

Как вы могли заметить, математика и физика связаны теснейшим образом. При этом современная математика разработала огромное количество моделей, которые теоретически могут быть интерпретированы на отдельных регионах. Прежде всего регионах научной практики.

Бесконечность в математике.

Я очень коротко коснусь современных разделов математики и некоторая существенная математическая конструкция, которая очень широко используется, это бесконечность.

До появления математических моделей, реализующих бесконечность, рассуждения о бесконечности были часто философскими, даже скорее более натурфилософскими, теологическими. При этом как бы пытаюсь придать своим рассуждениям некоторую строгость, сходную с математической, те или иные философы, натурфилософы, математики, в том числе, которые в этом смысле не далеко уходили от натурфилософов, они обсуждали разные аспекты бесконечности, потому что, бесконечность – это нечто, что явно выходит за пределы обыденных представлений. В тоже время я говорил, что в Средние века бесконечность получила положительную ценность, поскольку она была связана с Богом. Но эти теологические рассуждения, так или иначе, исходили из того, что Бог один, и бесконечность должна быть тоже только одна. То есть, конечно, можно было в рамках христианского воззрения рассуждать о том, что: "одна бесконечность у Бога-Отца, другая у Бога-Сына, а третья у Бога-Духа Святого", – но я, на самом деле, не слышал про такие концепции.

Математика в своём развитии ввела ряд понятий бесконечности. И, допустим, проективная бесконечность, это бесконечность, которая существенно отличается по смыслу, статусу, значению от бесконечности, допустим, чисел, от бесконечности функциональных рядов. Числа и функциональные ряды связаны, конечно, тесно, но проективная бесконечность другая.

Кантор, рассуждая о бесконечности, сетовал на то, что современные ему математики не знают философии, а современные ему философы не знают математики, и поэтому он получает непонимание с двух сторон сразу. Он развил учение о бесконечности, и у него есть три уровня существования бесконечности: одна бесконечность актуальная, и это Бог; другая бесконечность, это некоторая такая математическая, связанная прежде всего с множествами (он и теорию множеств развил); и есть ещё третья бесконечность, реализованная в природе. И он лелеял мечту, что этот математический аппарат, который он развивает, позволит нам понять бесконечность природы.

Что особого в проекте Кантора? Он явно различил два вида бесконечности: порядковое и количественное. Он принял за постулат, что бесконечность натуральных чисел существует как именно бесконечность. Она существует не так актуально, как Бог, но некоторым приближающимся к божественному статусу типом существования. И ввёл понятие мощности множества. С помощью этого понятия оказалось возможным сравнивать разные бесконечности, его аппарат позволял различать разные бесконечности. То есть там есть первая бесконечность — это счётная бесконечность, и любое счётное множество эквивалентно любому другому счётному множеству. Я вам рисовал отрезок, на котором делим сначала по два и т.д. (схема 38), потом делим на трети (схема 39), по пять и т.д. И вот оказывается, что таких бесконечностей, рационально устроенных в отрезке, бесконечно много, но при этом вся совокупность этих бесконечностей счётная. То есть совокупность счётных множеств, это счётное множество. Я говорил, что если бы взять некий пистолет, стреляющий точками, и стрелять в отрезок, то с вероятностью ноль мы попадём в рациональную точку, с вероятностью единица мы попадём в точку иррациональную. Ну вот здесь как считать иррациональные точки, это тоже вопрос, потому что если мы начинаем делить отрезок, используя, допустим, $\sqrt{2}$, и его будем делить, допустим на 2^n , $\left(\frac{\sqrt{2}}{2^n}\right)$, то у нас это иррациональное число даст счётное разбиение. То есть не только рациональные числа входят в счётность отрезка, иррациональные такого рода тоже входят. Ну, дальше $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ и т.д. $\sqrt[2]{2}$, $\sqrt[2]{3}$ и т.д., тоже самое. Бесконечное число корней, квадратной степени, кубической степени, четвёртой степени и т.д., — все они образуют счётное множество.

Но трансцендентных чисел, которые не выражаются решениями уравнений рациональных, их бесконечно больше. И Кантор сделал предположение, гипотезу, что отрезок, который имеет мощность континуума, то есть не сводится к счётной бесконечности — это первое бесконечное число, которое больше чем счётная бесконечность, но далее, вслед за континуумом, можно построить следующее бесконечное число, которое по мощности больше, чем континуум и так далее. И у нас есть бесконечный ряд бесконечностей. Кроме того, эти мощности — это количественные характеристики, а есть ещё порядковые. И такие порядковые числа, связанные с бесконечностями, их тоже бесконечно много.

То есть существует две линии бесконечностей: кардиналы, бесконечности по множеству; и ординалы, по порядку. Это уже серьёзное преобразование представлений о бесконечностях, но математики, получив в свои руки средства работы с бесконечностями, которые разработал Кантор, начали пихать бесконечность всюду. Допустим, у нас есть **группы. Это алгебраические структуры**. Но сама группа может быть бесконечной, и это некоторый начальный уровень бесконечной группы. Группа может быть непрерывной. Тогда она внутренне устроена как континуум, ну и при этом бесконечна. Другая линия, это строить пространство с бесконечным числом измерений.

По этому пути пошли физики. Математики тоже пошли, но там чуть другое. Физики, работая с квантовой механикой, обнаружили, что конечномерные представления того, что происходит с элементарными частицами, не работают, и стали рассматривать элементарную частицу как некоторую функцию в бесконечномерном гильбертовом пространстве. Пикантность ситуации добавляет то, что гильбертово пространство, это не просто бесконечномерное, а это комплекснозначное бесконечномерное пространство, то есть там как бы двойная бесконечность, но счётная.

И я, по-моему, уже приводил примеры, что в бесконечномерном пространстве меняются типичные соотношения между объектами. Чтобы объект имел физический смысл, величины, которые его характеризуют должны быть конечными. С бесконечными величинами физике делать нечего. То есть на их основании ничего вычислить нельзя, а задачи, которые решают математики и физики, те, которые имеют некоторое приложение (если только это не задача типа теоремы "доказать существование чего-то" или "несуществование чего-то"). И тогда нужно получить вполне конкретный ответ. Я вам уже говорил про отрицательных рыб. Ответ получен, но его истолковать сложно; математически прекрасно, а физически нет. В случае с бесконечномерными пространствами, там, соответственно, всё сложнее.

Ещё, я сказал про группы. Группы могут быть бесконечными, непрерывными и так далее. Это алгебраические структуры, в которых определено умножение, определена единица по умножению. Единица – это то, что не меняет при умножении то, на что умножается единица. Нулевой или нейтральный элемент ещё называют. И классические группы характеризовались разными подгруппами, идеалами. Я сейчас не буду рассказывать, что это такое, если захотите познакомиться, это более-менее элементарный уровень знакомства с алгеброй. Так вот, бесконечномерная группа, не просто бесконечная, а бесконечномерная группа. Когда у нас есть непрерывные группы, там естественно поставить вопрос о количестве измерений этой непрерывности. Непрерывные группы классически брались конечномерными. Но начали развивать конструкцию бесконечномерных групп и обнаружили, что в бесконечности всё выглядит совсем не так. То есть прежние концепты, характеризующие структуру группы, не работают, не характеризуют в достаточной мере группы. И появились такие конструкции как: мантии и шлейфы. С одной стороны, все слова имеющие хождение в обыденности, с другой стороны, математик: что-то называется каким-то словом, это сразу превращает во что-то другое. В общем, получается, что подгруппы и идеалы, как характеристики конечных групп, являются по факту проекциями мантии и шлейфов бесконечномерных на конечномерное. То есть в таком виде совместимость некоторая есть, некоторые свойства совпадают, но при этом полностью совпадать не могут, потому что бесконечномерные и конечномерные существенно различаются.

Когда в математике начинают разрабатывать и вводить бесконечность, то она показывает огромное количество возможностей, причём эти возможности достаточно актуальные. Это возможности, которые позволяют решать задачи нового типа, задачи, которые раньше не решались и в голову прийти не могло, что такие задачи есть. И это очень краткий обзор того, как бесконечность функционирует. Я не всё, на самом деле, указал, не все такие сферы. Но если подвести некоторый философский итог, то: что делает концепт бесконечности? Он пополняет и замыкает универсум рассмотрения. То есть нам в виде бесконечных конструкций оказывается доступен граничный, пограничный слой универсума нашего представления. Вкратце, это так можно считать, что вот какой смысл бесконечности, смысл поисков бесконечности. Пополняется, замыкается универсум, задачи, которые раньше не решались, начинают решаться. Правда при этом всё равно есть задачи, которые остаются неразрешимыми после введения какой-то конструкции бесконечности.

Многообразия.

Теперь вот в сторону таких смычек математики и физики. Я уже говорил, что базовым рабочим понятием для математики сейчас является понятие многообразия. Многообразия могут быть устроены по-разному. С математической точки зрения, **многообразия — это набор разных величин, относящихся к объектам.** То есть, допустим, обычное трёхмерное многообразие, в нём к объекту относятся его геометрические параметры. Это вполне геометрические величины, их можно определять, решать с ними задачи и т.д. Всё хорошо. Риман установил существенную зависимость обычных типов геометрий от метрик. **Метрика — это функция расстояния.** Типичный вид метрики: $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$, — это обычная риманова метрика, она определяет геометрию Евклида, то есть геометрию без кривизны. Соответственно, если мы добавляем дополнительные члены в метрику, допустим, выражение вида $dx \times dy$, то это естественно интерпретировать так, что координаты x и y , помимо собственной определённости, влияют друг на друга. Ну и, соответственно, они могут влиять положительно и отрицательно. Это дифференциальная форма записи метрики. Она оказалась фактически наиболее удобной, в том числе потому, что метрика не обязана быть только лишь функцией дифференциалов. Коэффициентами при дифференциалах могут быть некоторые функции от x, y, z , и, соответственно, там получаются гораздо более сложные виды метрик.

В общем виде можно сказать, что вот такая форма представления внутренней структуры многообразия включает в себя разные типы соотношений между величинами и, таким образом, можно рассмотреть задачу в общем виде. То есть у нас есть некоторые величины, допустим: $x \oplus y \oplus z$. Я написал такое выражение — $(\oplus)$ — это обозначение тензора. При этом здесь как бы сложение, но на самом деле в тензорах не обязательно, чтобы удовлетворялись аксиомы сложения. Могут быть разного типа функции. Соответственно, можно представить тензорное умножение: $x \otimes y \otimes z$. И

опять здесь умножение совсем не обязательно совпадает с обычным умножением: может быть некоммутативным, неассоциативным. Ну, общая форма. То есть в чём смысл? Есть величины и эти величины как-то связаны, и эта связь величин определяет конкретный вид многообразия. Собственно, когда Риман вводил свои представления о разных функциях метрики, в самом начале он говорил примерно так, общий смысл, что: "математика не определяет пространство мира". То есть мировое многообразие, многообразие мира, объектов, их параметров, величин, характеристик,— оно определено не однозначно, потому что многообразия могут быть разными. Математика не даёт ответ на вопрос, какова геометрия мира. Ответ на этот вопрос даёт физика.

То есть предвозвестие иного союза математики и физики, который в последствии был развит, это теория Римановых многообразий, теория тензоров, которую развивали разные математики. Тензоры — это комбинации величин, которым можно придавать физический смысл. Когда имеется физическая интерпретация этих математических объектов, тогда мы попадаем в область физики. Скажем, Эйнштейн дважды совершил некоторое преобразование физики. В теориях относительности. Одна из этих теорий относительности — это специальная или частная теория относительности, другая — общая теория относительности.

Сегодня я хотел рассказать вам про специальную или частную теорию относительности, но вот сейчас я сделаю некоторый отскок в сторону Перельмана. Он совершил действительно очень важное дело, доказал, что в общем случае непрерывное трёхмерное многообразие диффеоморфно трёхмерной сфере. Диффеоморфно, это примерно так, что оно может непрерывно, без каких-то серьёзных перестроек, быть преобразовано в трёхмерную сферу, а она (эта сфера) "хорошая", хорошо устроена, мы её хорошо знаем, умеем работать и прочее. Кстати, напоминаю как устроена трёхмерная сфера. Берётся трёхмерное пространство, его бесконечные точки сворачиваются в одну и получается трёхмерная сфера. Там есть простейший случай, когда это эквивалентно Евклидовому многообразию. Несколько более сложные ситуации там с конечностью и прочим.

Как Пуанкаре доказал свою теорему? Это можно изложить словами, которые будут казаться понятными, то есть математическая идея. Мы берём многообразие, если мы его изменяем, то меняется метрика, значит мы имеем поток метрик на многообразии. В потоке метрик могут встречаться метрики с особенностями, которые "плохие" и т.д. Перельман доказал, что существует такой аппарат, который позволяет особенности изолировать и вырезать. Хирургическая такая операция. Значит идея, я бы сказал, повседневно проста: локализовать очаг и если там всё плохо, вырезать. Хирургия и медицина с этим справляется, здесь, правда, математика. "Лечение многообразий".

И что говорит эта доказанная теорема?

Она говорит, что в некоторых естественно возникающих случаях у нас, в целом, всегда будет "хорошее" многообразие, мы можем привести его к хорошему виду. То есть надежда на решение задач. Если бы там были сплошь исключения, особые точки, особые случаи и т.д., тогда рассчитывать на решения задач динамики, допустим, каких-то потоков на многообразии, оно было бы, в общем, невозможно. Только в отдельных частных случаях. Вот каков смысл и значение теоремы. В некотором виде решается вопрос о разрешимости класса задач. Очень важная теорема. В принципе, имеющая прямые практические применения и приложения, но уже, естественно, в сфере математической физики.

Динамические системы.

Вопрос из аудитории: а где она применяется?

Современная физика во многом представляет собой теорию динамических систем. Для того, чтобы немного подготовить вопрос к ответу, мне нужно немного рассказать про то, что такое динамические системы и как они рассматриваются в современной физике с применением математического аппарата.

Если помните, я, когда рисовал структуру движения знания от некоторого состояния системы к формальному выражению, математическому преобразованию и опять к состоянию системы, то в общем-то там скрыт как раз этот аппарат динамических систем, по большей части.

Дело в том, что физику в основном интересует динамика. Система, которая не развивается, она тоже может быть интересной как некоторый частный случай. Допустим, вопрос о кристаллах. Кристаллография ещё в 19 веке развилась до стадии завершённой теории. Кристаллы связали с геометрическими симметриями и перечислили группы симметрий, их оказалось конечное число, которые дают устойчивые конфигурации кристаллов. Ну это было в 19 веке, кристаллография казалась законченной. А в 20 веке некие биологи, анализируя поведение рыб обнаружили, что возникают устойчивые их конфигурации. Что-то похожее на кристаллическую структуру, но совершенно не подходящее под кристаллографию. Они сначала попытались опубликовать этот результат как биологический. И их статью не принимали нигде, потому что известно, что кристаллографические группы, вот они есть, и это, то что говорят биологи, полный бред. Им удалось найти некоторого заинтересованного математика, который исследовал размерности групп высшей степени и обнаружил, что там есть квазикристаллические структуры с большим количеством размерностей, и случай биологов подходит под это. После того, как он опубликовал математическую работу, работу биологов приняли, но уже как зависимую от этого математического вывода. В общем, любопытная картинка. Это было где-то в середине 1990-ых годов.

Это я ушёл несколько в сторону от описания того, что такое аппарат динамических систем. Пусть у нас есть физическая система, состоящая из трёх точек. Просто точек. Тогда положение каждой точки характеризуется числами: (x_i, y_i, z_i) . Понятно, что i может принимать значения 1, 2, 3. Представим задачу поведения этой системы в общем виде. Что мы имеем? Параметры, которые характеризуют одну точку (их три), имеем параметры характеризующую вторую точку (их тоже три), третью тоже три. В общем виде, что это значит? Значит поставить задачу независимо от конкретных значений этих параметров. Соответственно, мы получаем девятимерное пространство. В этом пространстве конкретное состояние системы – это точка, которая характеризует конкретные значения для данных переменных. Вот система, вот состояние системы – это точка (напоминаю Липкина и состояния системы, вот оно базовое). Соответственно, мы имеем уравнение движения, и изменение параметров x_i, y_i, z_i оказывается определено некоторым жёстким образом. Уравнения движения не дают системе двигаться иначе.

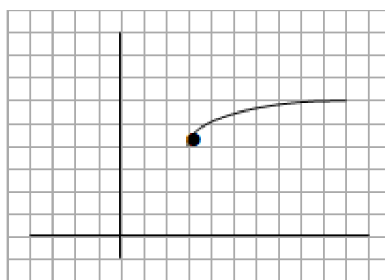


Схема 54.

Соответственно, движение системы определяется, в данном случае, как некоторая траектория в девятимерном пространстве (схема 54). Если мы сюда ещё добавляем время, получается десятимерное пространство. Можно добавить массу. Получится ещё, $10+3$, тринадцатимерное пространство. Фактом является то, что для простых задач это представление движения упрощается. То есть, допустим, если у нас есть система из тел, которые движутся в одной плоскости, то изменение третьего параметра незначимо, у нас сразу три измерения выпадают. А движение такой системы оказывается принадлежащим поверхности в фазовом пространстве. Ну и далее там можно упрощать и приходить к простому представлению. Это как бы типичная динамическая задача, её упрощают и она в общем случае оказывается решаемой.

Я приведу здесь пример попроще. Вот у нас есть колеблющийся маятник. Математический маятник — это маятник, который колеблется без рассеяния энергии и он, соответственно, будет колебаться бесконечно. При этом какие параметры, которые его характеризуют, естественно задать? Естественно задать то, насколько он отклонился от нуля в одну или другую сторону и скорость, с которой он движется (схема 55а).

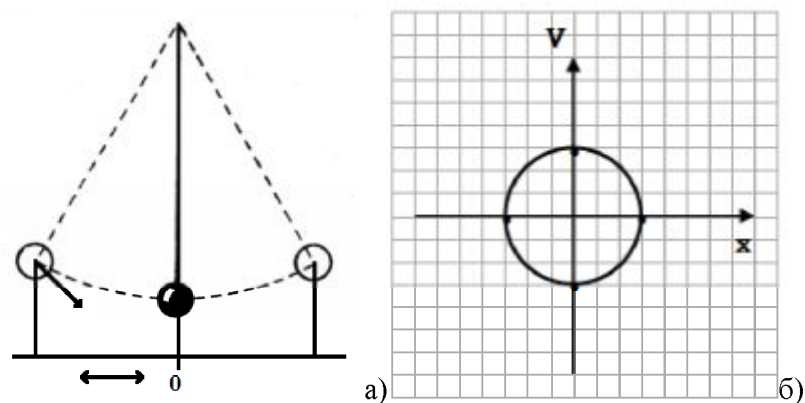


Схема 55.

Как это выглядит на фазовой плоскости? У нас два параметра и есть некоторый максимум скорости и минимум в другой точке. Когда максимальная скорость? Когда маятник в нуле. Соответственно, есть максимальное отклонение. Когда максимальное отклонение? Когда скорость равна нулю. Соответственно, движение маятника – это эллипсоподобное движение в фазовом пространстве (схема 55б).

Соответственно, у нас есть представление о фазовых пространствах, размерность которых равна сумме размерностей всех измерений, всех параметров нашей системы и возможно рассматривать задачу в таком общем виде. Здесь очень просто, естественно можно доказывать разные теоремы, например то, что если у нас есть два тела, то есть, в принципе, три типа взаимного движения этих тел, если они с массой (Одно тело другое притягивает, другое с какой-то скоростью движется. Под действием притяжения скорость меняется, тело искривляет траекторию.). Есть три типа решений. Первый, тела сближаются до столкновения. Второй тип, тела расходятся на бесконечность. Это зависит от того, какая начальная скорость у тела и какая сила притяжения. Третий, когда второе тело всегда находится на некотором конечном расстоянии от первого. У этого конечного расстояния есть минимальная граница и есть максимальная. Дальше не вылезет, ближе не подойдёт. Собственно, эта модель хорошо приближает движение тел в Солнечной системе и звёздных системах в целом.

И здесь некоторый сложный пункт взаимоотношений между математикой и физикой. Вопрос, а что будет, если не два тела, а три тела движутся?

Лаплас, под впечатлением от Ньютона (Лаплас и свою систему мира написал вслед за Ньютоном), сформулировал тезис механического детерминизма: "если какой-то разум будет знать все положения, массы и скорости всех тел во вселенной, то этот разум сможет рассчитать любое положение в прошлом и в будущем всех этих тел". То есть полностью определено такое движение. Физики, математики, философы очень активно ссылались на этот тезис детерминизма. С верой в него люди прожили до 1892 года, когда Пуанкаре доказал, что не существует общего решения уравнения трёх тел.

Другими словами, никакой ум, даже божественный, в общем случае рассчитать, как всё будет во вселенной, не может. В принципе не может. Не существует решения. Также, как не существует способа удвоить куб геометрическими средствами.

Если более точно, то он доказал теорему о том, что у этой задачи отсутствуют аналитические интегралы. Аналитические интегралы, это такая штука, которая позволяет примерно вычислять значения положений и прочих разных объектов в этих системах. Примерно так. Не существует аналитического интеграла, значит, нет сходящегося ряда переменных. Переменные расходятся. Мы в состоянии описать более или менее точно только поведение системы из трёх или более тел в некоторых окрестностях, но дальше начинают расходиться решения.

Вот, допустим, у нас есть три тела. Задача приближённо решается в двух случаях. Первый случай, есть одно массивное тело и два других очень маленьких по массе, и тогда есть приближённое решение, которое на достаточно большом интервале работает хорошо. Второй случай, когда два тела очень массивных, а третье очень маленькое. Но решения в этих случаях очень разные. Приближённые решения. То есть некоторая такая проблема. Я уже говорил, что с увеличением сложности систем, которые мы изучаем, у нас теряется разрешимость задач. Трёхмерная геометрия не позволяет решать некоторые типы задач, аналогичных двумерной геометрии. А если идти дальше в многомерные геометрии, там всё гораздо хуже.

Сейчас я перейду к описанию специальной теории относительности.

Специальная теория относительности.

Я уже говорил о том, что принципиальный физический корень специальной теории относительности заключается в замечании, которое сделал Пуанкаре. Он говорил, что: "находясь в какой-то точке нельзя одновременно воспринимать то, что происходит в другой точке". То есть сигнал о том, что там происходит, должен ещё прийти и одновременно это не получается. Из этого вытекает, что когда мы, имея систему отсчёта, строим себе картину происходящего, то эта система существенно зависит от скорости прохождения сигнала, который мы как-то получаем. И вот у нас есть выражение метрики Евклида $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$. Специальная теория относительности в её первом приближении безмассовая. То есть дальше можно ввести массу в уравнения и там получается, что и масса участвует в разного рода преобразованиях, которые происходят, когда мы переходим от одной системы отсчёта к другой. Обратите внимание, преобразования переходят, когда мы переходим от одной системы отсчёта к другой.

Эйнштейн добавил в формулу метрики расстояния член $c^2 dt^2$. Его формула: $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2}$. То есть он решил учитывать скорость распространения сигнала. Тогда видимые нами расстояния преобразуются. И это как

бы метрика, но на самом деле это не метрика. Точное **определение метрики** — это **положительная функция от разности координат**. Эта функция не может равняться нулю. Что получаем в этом случае? У нас есть некоторое многообразие, на котором имеется то, что называется псевдометрика. Это многообразие из чего-то состоит. В данном случае элемент многообразия характеризуется пространственными параметрами ($dx^2 + dy^2 + dz^2$) и временным ($c^2 dt^2$). Вот отличие элемента многообразия от системы координат.

Что же это за объекты, которые включают в своё описание пространство и время?

Эти объекты — события. Это не тела. Это события, которые происходят, когда тело в какой-то момент времени находится в каком-то месте. Говорят, что у Эйнштейна всё относительно. Ну, мне кажется я об этом уже говорил, но повторю на всякий случай, это не так. События абсолютны. Не может быть такого события, которое в одной системе отсчёта есть, а в другой нет. То есть у нас многообразие событий полностью задано. Это идеализация, но, в принципе, на ту же идеализацию опирался и Ньютон. Просто у Ньютона независимы эти характеристики: пространство само по себе, а время само по себе. И выделялось там не событие, а тело, место, движение тела, причина изменения движения. Такого рода вещи.

Так вот, что мы имеем? Это не метрика, потому что она не везде положительна. Это псевдометрика (псевдоевклидова), которая работает в четырёхмерном пространстве. Вот то самое, что называется "пространство-время". Четыре координаты, четыре параметра. И как устроено многообразие событий с точки зрения некоторой системы отсчёта? Тут важный принцип такой, что сама система отсчёта входит в физический мир как элемент этого физического мира. Она тоже является событием, просто для самой себя это событие в нуле координат и в нуле времени, когда она что-то фиксирует.

Вот у нас есть некоторая система отсчёта и есть, соответственно, такая структура, которую описывают все изложения специальной теории относительности (схема 56).

Система отсчёта разбивает многообразие событий на три подмногообразия. $dx^2 + dy^2 + dz^2$ — характеризует пространство. $c^2 dt^2$ — характеризует время. Что происходит, когда пространственные координаты больше временного значения? Происходит следующее: Интервал между событиями положителен (ds) (то есть когда $\sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2} > 0$). Соответственно, есть трёхмерное многообразие dx, dy, dz , определяемое x, y, z . Многообразие событий, которое по отношению к системе отсчёта находится в пространственноподобном отношении (точка вне фигуры на схеме 56). При этом о таких событиях система отсчёта знать ничего не может, потому что

какой-то сигнал от этих событий получить нельзя. Сигнал получается со скоростью c , просто для любого t в этом "объемлющем" многообразии такая особенность.

Далее, второй возможный вариант, интервал между событиями равен ($ds = 0$), когда $dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2$.

Это называется "световой конус". Его составляют светоподобные интервалы между событиями (схема 56).

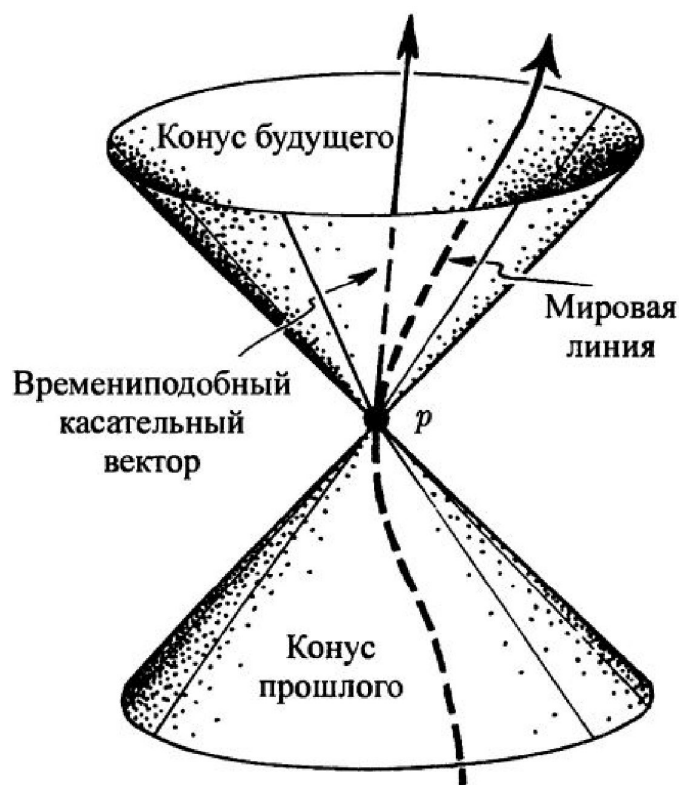


Схема 56.

Обратите внимание, что интервалы между событиями равны нулю. То есть события разные, но интервалы между событиями равны нулю. Правда, при этом есть некоторая неоднородность, которую тоже часто не замечают. Дело в том, что вниз, мы как бы говорим про прошлое (нижний конус) (если время вверх направить), вверх, про будущее (верхний конус). Соответственно, на нижнем интервале находятся те события, от которых сигнал пришёл к нам в данный момент, на верхнем находятся события, к которым наш сигнал пришёл. Заметьте, что сигнальное взаимодействие не физическое, оно не меняет состояние объекта. Свет как бы показывает нам, что вот, там что-то есть. Это классическая как бы точка зрения, что вот свет всё освещает, даёт нам знание и прочее, но объект не меняет. Хотя физика в начале 20 века обнаружила, что свет оказывает давление на поверхности, опыты Лебедева там были и т.д.. То есть это

предположение оказалось ложным. Но, тем не менее, в рамках этой идеализации свет не влияет. И от пространственноподобных событий до нас не доходят световые сигналы.

Но если что-то движется со сверхсветовой скоростью, как здесь быть? Ну, в теории относительности это просто запрещается. Там говорится, что свет — это максимальная скорость. Физики пытаются как-то это пошатнуть. Есть теория, что гравитация распространяется быстрее света, но там вопрос, насколько гравитацию можно использовать в качестве информационного взаимодействия. Так-то гравитация просто берёт и меняет движение тела. В общем, тут есть проблемы физической интерпретации.

Давайте рассмотрим мысленный эксперимент, который должен показать в некотором смысле невозможность сверхсветового движения. Здесь невозможность сверхсветового движения — это невозможность в составе теории, которая фиксирует состояние мира и представляет то, что там есть. Предложим, что некоторый объект движется к нам со сверхсветовой скоростью: $V > c$. Вот он находится в некотором положении 1 (схема 57). Он сдвинулся в положение 2. Продолжает двигаться с той же самой скоростью. Вот здесь (человечек на схеме 57) стоим мы и как-то пытаемся установить, что происходит. Поскольку объект движется со скоростью большей скорости света, то как мы можем судить, что он движется? Например, такой вариант: он испускает луч света или от него отражается какой-то луч света. И луч света в положении 1 начинает двигаться со скоростью c . Вот он добрался до положения 2 и опять испускает луч света со скоростью c . Вопрос: какой сигнал мы примем раньше? Ну, очевидно, сигнал из 2. Что получится в нашей картине мира? Мы увидим, как некий объект сначала был в положении 2, а потом оказался в положении 1. То есть мы увидим, что объект движется от нас. При этом если предположить некоторого третьего наблюдателя со стороны, то третий наблюдатель, который в принципе не зависит от движения объекта, он видит испускаемые лучи света, и он видит обратную картину, что объект движется к нам (первому наблюдателю).

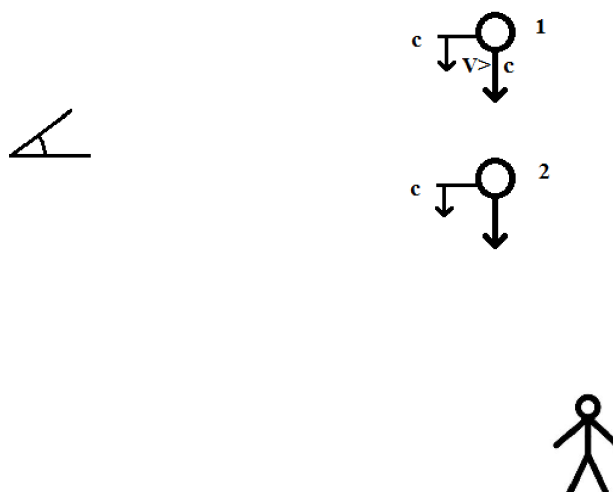


Схема 57.

Значит, что это такое? Это инвариантность происходящего в мире. Системы отсчёта наблюдают разные события.

Собственно, что такое принцип относительности? **Принцип относительности** — это положение о том, что в любой системе отсчёта законы физики одни и те же. То есть мы можем перевести одну картину мира в другую. Но по факту, такая возможность (как на схеме 57) это разрушает, потому что для стороннего наблюдателя (значок угла на схеме 57 справа) состояние 1 является причиной состояния 2, и когда тело до нас доберётся и ударится, допустим, рядом с нами, то посторонний наблюдатель увидит правую часть схемы 57. А мы увидим иначе, вот был какой-то "плюх", из него вырвалось тело и начало двигаться к положению 1. То есть нарушается причинность.

Другими словами, что такое постулат постоянства скорости света?

Есть ложные представления о том, что это опытный факт, который был доказан экспериментально. Это не так. Это некоторый теоретический факт, теоретический постулат, который зависит от физической интерпретации модели мира, что мы должны иметь некоторое причинное восприятие того, что происходит. И требование причинности, это как раз и есть то условие, которое ограничивает взаимодействия скоростью света. Об этом явно писал Эйнштейн. Мне трудно понять, почему когда рассказывают про Эйнштейна, этот факт очень мало, я бы сказал, замечается, хотя это очень важный факт.

Соответственно, если мы предполагаем, что взаимодействия, которые мы можем причинно описать, ограничены скоростью света, то мы не можем взаимодействовать с событиями, которые в пространственноподобном многообразии. В принципе не можем.

Точно также мы не можем взаимодействовать с событиями, находящимися на световом конусе. Связь только информационная, причём, вообще говоря, направленная (в конкретном примере снизу вверх).

И, соответственно, есть такая интересная вещь. Конус прошлого и конус будущего (схема 58). Тоже некоторые такие конструкции. Что характерно для интервалов внутри конусов прошлого и будущего (они называется времениподобными интервалами между событиями)?

То, что здесь у нас пространство меньше, чем время и, соответственно, здесь события как-то могут входить в причинные взаимодействия с нами. Из прошлого может что-то подействовать, в будущее может быть выпущено какое-то действие, уже физическое, не световое. То есть реально мы взаимодействуем с этими времениподобными, от нас отделёнными объектами, но при этом расстояние, этот интервал, который здесь есть, это под корнем отрицательное выражение. Интервал чисто мнимый, математический. То есть мнимые числа, это интересная, хорошая, сложная, такая штука. Я уже говорил, что они очень полезны, необходимы, на самом деле, для развития математики. Здесь у нас есть случай нарушения практически всего, что есть в классической геометрии. Здесь у нас псевдометрика, потому что она не строго больше нуля, причём она псевдоевклидова, это точное выражение. Многообразие физических событий имеет псевдоевклидову псевдометрику.

Ну вот это я сказал о некотором моментальном взгляде на то, что происходит. Вообще-то, мы можем считать, что какое-то событие связано с объектом. Более того, в физике по умолчанию события связаны с тем, что объект актуально присутствует. То есть то, что в каком-то месте нет объекта, это не событие. Это как бы естественно для физиков: событие это то, что есть. То, что реальные тела как-то реализуют. Соответственно, если связать с телом, то в случае продвижения нашей системы отсчёта по шкале времени, а физическая система отсчёта ведь не просто так сидит себе на месте, там ещё время идёт, соответственно, у нас есть то, что называется "мировая линия системы отсчёта", которая, повторяю, является физическим объектом. Она физически присутствует в мире. То есть с точки зрения системы отсчёта, она движется обычно прямо и равномерно (на схеме 58 мировая линия изображена искривлённой). Другое дело, что если мы возьмём какую-либо другую систему отсчёта, наша система отсчёта будет двигаться уже не прямо и равномерно, а может быть ускоренно и может быть искривлённо.

Допустим, с какого-то этажа небоскрёба кидают камеру, и она фиксирует то, что происходит. Камера – это некоторая система отсчёта, она фиксирует данные, при этом она падает с ускорением, ещё может не просто вниз упасть, если ещё скорость есть, то по параболе. Она, тем не менее, будет фиксировать нечто, и я, по-моему, в прошлый раз говорил, что в современной физике принцип относительности как бы расширен. Раньше считалось, что есть некоторое изначально инерциальное движение, либо

изначальный покой. А сейчас мы рассматриваем и покой, и инерциальное движение как типы движения, и в зависимости от системы отсчёта, то, что в одной системе отсчёта равномерно, в другой нет. При этом если одновременно падают две такие кинокамеры (точнее, одну выкинули раньше, другую позже), ну и смотрят в одну сторону и т.д., то они движутся с ускорением. Ускорение одинаково, но при этом скорости, которые они приобретают под действием ускорения, разные. Что это значит? Что одна из них движется с равномерной скоростью относительно другой.

То есть если мы берём все такие "падающие" системы отсчёта, они друг относительно друга инерциальные. То есть понятие инерциальности более сложное, чем обычно это себе представляют.

Так вот, у нас есть отождествление системы отсчёта, но нам важно фиксировать, что происходит в мире. Физики, когда ничего не происходит, они как-то не особо это стараются зафиксировать. Есть исключения, когда мы, допустим, ведём наблюдения за активностью вулкана, и там ничего не происходит, мы это фиксируем и это хорошо. Но, в целом, общая ситуация такая, что всё-таки какие-то изменения надо фиксировать. И, соответственно, здесь есть какой-то объект, собственно событие нахождения чего-то в каком-то месте в какое-то время. Именно чего-то, объект. Этот объект может двигаться относительно системы отсчёта некоторым ложным образом. И множество этих состояний (на кривой, идущей от точки внутри конуса будущего на схеме 58), это мировая линия объекта (сама кривая точки внутри конуса будущего на схеме 58).

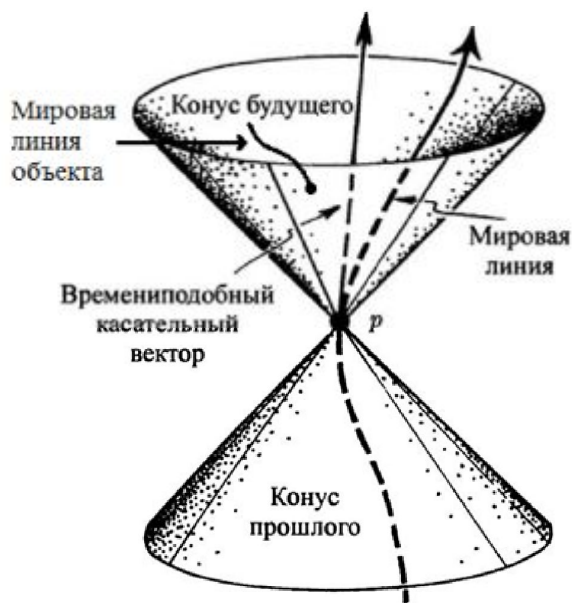


Схема 58.

То есть мы, теоретически, из покоящейся системы отсчёта можем установить мировую линию объекта. Но, поскольку мы движемся, это установление происходит сложнее, по более сложным формулам. То есть здесь преобразования Галилея в принципе не работают. Этому есть прекрасный пример, который недооценивают многие. GPS, ориентация по спутнику. Небольшое, сравнительно, в космическом масштабе, но изменение в движении системы отсчёта, измерения и прочего, они, в принципе, не Ньютоновы. То есть это сложная задача, создать математику в GPS, которая будет показывать нечто приближённое к реальному движению, и первоначальные GPS были очень неточными. Сейчас же это где-то 10-20 метров локация.

Говорят, что теория Ньютона ничуть не хуже, чем теория Эйнштейна. Это враньё. Есть задачи, для которых теория Ньютона не подходит совсем. Предположим, что мы запускаем космический аппарат к какой-то планете и рассчитываем по ньютоновским формулам. Ошибка такого расчёта 10000 километров. То есть мы можем "воткнуться" в планету, можем улететь куда-то далеко. Когда расчёты ведутся по формулам теории относительности, ошибка – 1 километр. Сравните. Мне кажется, далее нечего на эту тему говорить.

И вот, что здесь такого существенного "ловили" физики? То, что специальная теория относительности не оставляет возможности говорить о пространстве отдельно и времени отдельно, а можно теперь говорить только о некотором роде соединения обоих. Физическое такое рассмотрение. Так что разного рода введения в физику, простые, школьные и т.д., которые основаны на простых формулах, они, как и в математике, не дают представления о реальной сложности современной физики и, соответственно, математики.

Я постарался вам показать специфику тех моделей, которые реально используются. Прозвучал во время лекции вопрос, как фазовые пространства используются, а вот оно используется и используется совершенно конкретно (имеется ввиду объяснения конструкций во второй половине лекции).

Но ещё я хочу сказать про лагранжианы и гамильтонианы динамических систем. Если коротко, то лагранжиан — это некоторая комбинация физических величин, которая должна остаться неизменной в ходе эволюции динамической системы, а гамильтониан — это перпендикулярное рассмотрение того же самого, но в других переменных, там происходит смена координат. И гамильтонианы, в принципе, удобнее, но лагранжианы тоже используются. И почему я про это завёл речь? Потому что и математики, и физики, не все, но в огромном большинстве полагают, что физическая динамическая система обязана быть лагранжевой. В ней должны сохраняться некоторые величины. Не сохраняются — не физическая. Но это такой тезис, я вот сказал, что многие думают так, некоторые думают совсем не так, но про это, может быть, я расскажу на следующей лекции.